

Dipl. Volkswirt Klaus Böhm

Der Stichprobenfehler
des Preisindex für die Lebenshaltung

1969

DER STICHPROBENFEHLER DES PREISINDEX FÜR DIE LEBENSHALTUNG

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung des

akademischen Grades eines Doktors der Wirtschaftswissenschaft

durch die

Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät

der Westfälischen Wilhelms-Universität

zu Münster

vorgelegt von

Dipl.Volkswirt Klaus Böhm

aus Wien

.1969



Erster Berichterstatter: Prof. Dr. Josef BLEYMÜLLER
Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr. Herbert GÜLICHER
Dekan: Prof. Dr. Hellmuth St. SEIDENFUS
Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juli 1969

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. EINFÜHRUNG	1
2. DER BEGRIFF UND DIE BEDEUTUNG DES PREISINDEX FÜR DIE LEBENSHALTUNG	5
2.1 Der Begriff des Preisindex für die Lebens- haltung	5
2.2 Die Anwendungsmöglichkeiten des Preisindex für die Lebenshaltung	10
3. DIE KONSTRUKTION DES PREISINDEX FÜR DIE LEBENS- HALTUNG	16
3.1 Die Wahl der Indexformel	16
3.2 Die Bestimmung der Gewichte	21
3.3 Die Ermittlung der Preismeßzahlen	25
3.4 Die Aggregation der Preismeßzahlen zum Ge- samtindex	29
4. DIE FEHLERKOMPONENTEN DES PREISINDEX FÜR DIE LEBENSHALTUNG	32
4.1 Die Fehlerarten	32
4.2 Die Problematik fehlerbehafteter Ausgangs- daten	33
4.3 Der Formelfehler	34
4.4 Der Korrekturfehler	37
4.5 Der Stichprobenfehler	42
4.6 Der Gesamtfehler	43
5. DAS AUSWAHLPROBLEM BEIM PREISINDEX FÜR DIE LEBENSHALTUNG	52
5.1 Die Notwendigkeit von Teilerhebungen	52
5.2 Ein Überblick über die Auswahlmöglichkeiten	53
6. DIE FEHLERQUELLEN DES WÄGUNGSSCHEMAS	57
6.1 Die wichtigsten Fehlerarten im einzelnen	57
6.2 Die Anwendung von Zufallsauswahlverfahren bei den Verbrauchserhebungen	59
6.3 Die Annahme einer fehlerfreien Gewichtung und ihre Auswirkung auf die Aussagekraft des Preisindex für die Lebenshaltung	63

	Seite
7. DER DURCH DIE AUSWAHL DER KONSUMGÜTER VERURSACHTE STICHPROBENFEHLER	71
7.1 Kurzer Überblick	71
7.2 Die Auswahl der Stichprobe	72
7.2.1 Die Abgrenzung der Grundgesamtheit . .	72
7.2.2 Die Festlegung des Auswahlverfahrens .	75
7.2.3 Die Kriterien für die Schichtenbildung	76
7.3 Die Auswahltechnik	80
7.4 Die Ableitung verschiedener Schätzverfahren	81
7.5 Vergleich der entwickelten Schätzverfahren .	92
7.6 Die Berechnung des durch die Auswahl der Konsumgüter verursachten Stichprobenfehlers	98
7.7 Der Stichprobenfehler beim kurzfristigen Preisvergleich	104
7.8 Die Berücksichtigung einer sich im Zeitablauf verändernden Grundgesamtheit	108
8. DER DURCH DIE AUSWAHL DER PREISBERICHTSSTELLEN VERURSACHTE STICHPROBENFEHLER	113
8.1 Notwendige Annahmen	113
8.2 Die Auswahl der Preisberichtsstellen	114
8.3 Ein einfacher Stichprobenplan	121
8.4 Das Verhältnis der Stichprobenfehler, die durch die Auswahl der Konsumgüter und die Auswahl der Preisberichtsstellen entstehen .	123
9. DIE BERECHNUNG DES GESAMTSTICHPROBENFEHLERS DES CONSUMER PRICE INDEX IN DEN VEREINIGTEN STAATEN VON AMERIKA NACH DER METHODE DES U.S. BUREAU OF LABOR STATISTICS	125
9.1 Einführung	125
9.2 Die Berechnung des Consumer Price Index . .	128
9.3 Die Anwendung des Replicated Sampling bei der Berechnung des Gesamtstichprobenfehlers des Consumer Price Index	130
9.4 Der Standardfehler des Consumer Price Index	144
10. ZUSAMMENFASSUNG	147
LITERATURHINWEISE	150
LEBENS LAUF	155

1. Kapitel

EINFÜHRUNG

In allen Ländern der westlichen Welt, in denen das wirtschaftliche Geschehen nicht durch staatliche Pläne und Anordnungen bestimmt wird, spielt die Preisstatistik eine bedeutsame Rolle. Das ist auf eine in den letzten beiden Jahrzehnten aufgetretene ökonomische Erscheinung zurückzuführen, die zuvor unbekannt war: Eine hier schwächer, dort stärker ausgeprägte Steigerung des Preisniveaus, die ohne wesentliche Unterbrechung beständig weiterging und noch andauert.¹⁾

Zwar sind auch in früheren Zeiten immer wieder Preissteigerungen zu beobachten gewesen, doch waren diese Perioden in der Regel nur von kurzer Dauer. Auf sie folgten fast regelmäßig Zeiten des Preisrückgangs, der den Preisanstieg vorhergegangener Perioden annähernd ausglich, so daß auf lange Sicht nur eine relativ geringe Anhebung des allgemeinen Preisniveaus zu verzeichnen war.

Nach dem zweiten Weltkrieg trat allerdings ein entscheidender Wandel ein. Von nun an war ein ständiger Anstieg der Preise festzustellen. Da man nicht gewillt war, Preissteigerungen beliebigen Umfangs hinzunehmen, war es die Aufgabe

1) Vgl. H. HALLER: Das Problem der Geldwertstabilität. Stuttgart/Berlin/Köln/Mainz: W. Kohlhammer Verlag, 1966. S. 7.

der Wirtschaftspolitiker dagegen Abwehrmaßnahmen zu ergreifen. Doch der Erfolg blieb aus. Treffend beschreibt HALLER die neue Situation, in der sich die Länder mit marktwirtschaftlicher Ordnung befinden:¹⁾

"War vor dem 2. Weltkrieg das Arbeitslosigkeitsproblem das 'Wirtschaftsproblem Nr. 1', so ist heute für die fortgeschrittenen Industrieländer die anhaltende Preissteigerung das dominierende Problem. Es zeigt sich als ähnlich hartnäckig wie früher das Arbeitslosigkeitsproblem. Viele Anläufe wurden daher unternommen, um den fortschreitenden Preissteigerungen Einhalt zu gebieten, doch immer wieder sind sie gescheitert. Wenn Erfolge erzielt wurden, so hielten sie nur verhältnismäßig kurze Zeit an."

Das Ziel der Preisniveaustabilität konnte bisher auch in der Bundesrepublik Deutschland nicht realisiert werden. Zwar verpflichteten sich Bund und Länder in § 1 des Gesetzes zur Förderung der Stabilität und des Wachstums der Wirtschaft vom 8. Juni 1967 ihre Maßnahmen so zu treffen, daß im Rahmen der marktwirtschaftlichen Ordnung neben anderen Zielen die Stabilität des Preisniveaus gewährleistet ist. Doch auch die kurzfristigen Erfolge in den Jahren 1967 und 1968 können nicht darüber hinwegtäuschen, daß dieses Problem weiterhin auf eine Lösung wartet.

Aus diesem Grund ist die amtliche Preisstatistik zu einem unentbehrlichen Hilfsmittel für jeden Wirtschaftspolitiker geworden. Beispielsweise hängen ein Großteil der Aktivitäten der staatlichen Wirtschaftspolitik, insbesondere der Konjunkturpolitik, von den preisstatistischen Ergebnissen ab. Vor allem das Ausmaß der festgestellten Preiserhöhung dient

1) H. HALLER: A.a.O., S. 19.

als Orientierungsmaßstab dafür, welche Mittel des wirtschaftspolitischen Instrumentariums zum Einsatz gelangen sollen. Dieser großen Bedeutung der Preisstatistik können die bis jetzt angewandten Methoden kaum gerecht werden. In diesem Zusammenhang stellt DENEFFE fest:¹⁾

"In einem etwas deprimierenden Verhältnis zu dieser Beurteilung der Bedeutung der Preisstatistik steht die Beurteilung der preisstatistischen Methoden. Dabei kann man davon ausgehen, daß die Praxis der Preisstatistik aus den gegenwärtig angewandten Erhebungs- und Aufbereitungsmethoden das Beste zu machen bestrebt ist, das man damit überhaupt erreichen kann. Der Verfasser steht jedoch auf dem Standpunkt, daß angesichts der fundamentalen Bedeutung preisstatistischer Erkenntnisse für die Konjunkturdiagnose (temporal und regional verstanden) die Nichtabschätzbarkeit der Fehlerhaftigkeit der preisstatistischen Daten einen nicht länger ertragbaren Mangel darstellt und daß die Forderung erhoben werden muß, die Methoden der Preisstatistik der höheren Bedeutung ihrer Ergebnisse und der verfeinerten Aufgabenstellung anzupassen. Es kann auch weder wissenschaftlich noch praktisch befriedigen, wenn man von einer statistisch festgestellten Preiserhöhung von x Prozent im Laufe einer bestimmten Periode einen Abschlag macht von z.B. $x/2$ Prozent für Fehlerhaftigkeit und den Rest als 'echte' Preiserhöhung deklariert."

Von dieser Kritik ist ebenfalls der Preisindex für die Lebenshaltung betroffen, der im Rahmen der Preisstatistik eine zentrale Stellung einnimmt. Auch für diese Maßzahl kann der genaue Fehlerumfang nicht angegeben werden. Von den verschiedenen Fehlerarten, die bei einem solchen Index zu beachten sind, wird in dieser Arbeit eine Fehlerart, nämlich der Stichprobenfehler, einer näheren Prüfung unterzogen.

Noch vor wenigen Jahren war es nach Ansicht zahlreicher Indextheoretiker vollkommen unnötig, sich mit der statistischen

1) P.J. DENEFFE: Zum Preisbegriff und zur Methodik der Preisstatistik. In A. Blind: Umrisse einer Wirtschaftsstatistik. Hamburg: Verlag von Felix Meiner, 1966. S. 188.

Genauigkeit eines Preisindex für die Lebenshaltung auseinanderzusetzen. Für das Desinteresse an dieser Fehlerkomponente des Index sind folgende Gründe anzuführen: Zunächst vermutete man, bei der Analyse des Gesamtfehlers des Preisindex für die Lebenshaltung auf die Untersuchung des Stichprobenfehlers verzichten zu können, da er von anderen Fehlern überdeckt wird. Außerdem sah man keine Möglichkeit, den genauen Wert des Auswahlfehlers zu berechnen. Man glaubte, der Versuch, den Stichprobenfehler zahlenmäßig zu bestimmen, überfordert die Stichprobentheorie.

Doch bereits die ersten Arbeiten, die sich eingehender mit der Stichprobengenauigkeit des Preisindex befaßten, zeigten, daß beide Annahmen nicht zutrafen. Weder kann man dem Stichprobenfehler eine untergeordnete Bedeutung im Vergleich zu anderen Fehlerarten zusprechen, noch treten bei der Berechnung dieses Fehlers solche Schwierigkeiten auf, als daß sie von der statistischen Theorie nicht gelöst werden könnten.

In der Zwischenzeit sind eine Reihe weiterer Artikel erschienen, die sich mit den Auswahlproblemen und der Berechnungstechnik des Stichprobenfehlers des Preisindex für die Lebenshaltung beschäftigen. Da bisher eine zusammenfassende Darstellung zu diesem Problemkreis fehlt, wird mit der vorliegenden Untersuchung das Ziel verfolgt, einen umfassenden Überblick über die wichtigsten theoretischen Ansätze zur Bestimmung des Stichprobenfehlers zu geben, sie vergleichend gegenüber zu stellen und sie kritisch auf ihre praktische Verwendbarkeit zu überprüfen.

2. Kapitel

DER BEGRIFF UND DIE BEDEUTUNG DES PREISINDEX FÜR DIE LEBENSHALTUNG

2.1 Der Begriff des Preisindex für die Lebenshaltung

Der Preisindex für die Lebenshaltung dient wie alle Indexzahlen als Maß bei statistischen Vergleichen. Als eine Preisindexzahl will er eine zusammenfassende Aussage über die Bewegung der Preise für eine Gruppe ausgewählter Güter und Dienstleistungen machen.¹⁾ Mit der Zusammenfassung zu einer einzigen Meßzahl ist der gleichzeitige Verlust der zugrunde liegenden Einzelinformationen verbunden, der "aber bewußt in Kauf genommen wird, da es ja gerade das Ziel und der Vorteil von Indizes ist, die d u r c h s c h n i t t - l i c h e Veränderung einer Vielzahl gleichartiger Tatbestände in einer einzigen Zahl auszudrücken"²⁾. Erst durch die Bildung einer derartigen Indexzahl wird es möglich, Vergleiche bei einer solchen komplexen statistischen Erscheinung, wie es die Preisentwicklung der Güter für die tägliche Lebenshaltung darstellt, durchzuführen.

1) Vgl. W. NEUBAUER: Über die Konstruktion, den Sinn und die Zwecke von Preisindexzahlen. In A. Blind: Umriss einer Wirtschaftsstatistik. Hamburg: Verlag von Felix Meiner, 1966. S. 190.

2) J. BLEYMÜLLER: Theorie und Technik der Aktienkursindizes. Wiesbaden: Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler, 1966. S. 15.

In diesem Sinn spiegelt der Preisindex für die Lebenshaltung die Preisentwicklung derjenigen Waren und Dienstleistungen wider, die entweder von allen privaten Haushalten oder nur von denjenigen bestimmter Bevölkerungs- und Einkommensschichten nachgefragt bzw. in Anspruch genommen werden.¹⁾ Nur am Rande sei vermerkt, daß der Preisindex für die Lebenshaltung neben diesem intertemporalen Preisvergleich auch interregionale Preisvergleiche ermöglicht.

Bezieht sich der Index auf bestimmte Verbrauchergruppen, so läßt die eben gegebene Begriffsbestimmung erkennen, daß es nicht exakt ist, von dem Preisindex für die Lebenshaltung zu sprechen. In diesem Fall faßt man private Haushalte mit vergleichbarer Lebenshaltung zu einer Verbrauchergruppe zusammen und ermittelt für diese den entsprechenden Preisindex für die Lebenshaltung. Dieser Index hat streng genommen nur Bedeutung für diese Verbrauchergruppe, denn entsprechend den unterschiedlichen Verbrauchsgewohnheiten werden auch Preisveränderungen für Güter des täglichen Lebensbedarfs bei den einzelnen Verbrauchergruppen unterschiedlich zur Geltung kommen. Während z.B. die sozial schwachen Schichten durch Preissteigerungen bei den Grundnahrungsmitteln spürbar getroffen werden, wirken sich bei ihnen Verteuerungen von Gütern des gehobenen Lebensbedarfs kaum aus.

Obwohl theoretisch die Bildung einer Vielzahl von Preisindizes der Lebenshaltung denkbar ist, erlauben es organisatori-

1) Vgl. P.J. DENEFFÉ: Lebenshaltungspreisindex. Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Band 6. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 1959. S. 540.

sche und finanzielle Gründe den meisten amtlichen Statistiken nur, die Preisentwicklung der Güter der Lebenshaltung für einige ausgewählte Bevölkerungsgruppen darzustellen. Allein die amtliche Statistik der Bundesrepublik Deutschland veröffentlicht daneben noch einen Preisindex für die Lebenshaltung aller privaten Haushalte.¹⁾ Da es für die Probleme, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit behandelt werden sollen, ohne jegliche Bedeutung ist, auf welchen Bevölkerungsteil sich der Preisindex für die Lebenshaltung bezieht, soll in den weiteren Ausführungen allgemein von dem Preisindex für die Lebenshaltung gesprochen werden. Soweit auf die Verhältnisse in der Bundesrepublik Deutschland eingegangen wird, soll der Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen gemeint sein, der auch vor Veröffentlichung des Preisindex für die Lebenshaltung aller privaten Haushalte im März 1969 in der wirtschaftspolitischen Diskussion die größte Rolle spielte.²⁾

Der Begriff des Preisindex für die Lebenshaltung ist zu trennen von dem Begriff eines Lebenshaltungskostenindex. Das Ziel des Preisindex für die Lebenshaltung besteht darin, "aus der Vielfalt der Einwirkungen auf die Entwicklung der Ausgabensumme für die Lebenshaltung den Einfluß der P r e i s -

1) Vgl. hierzu W. ROSTIN: Preisindex für die Lebenshaltung aller privaten Haushalte. Wirtschaft und Statistik, 1969, 137-142.

2) Vgl. hierzu Abschnitt 2.2 "Die Anwendungsmöglichkeiten des Preisindex für die Lebenshaltung".

entwicklung zu isolieren und diese Preisentwicklung als solche darzustellen"¹⁾. Dagegen ist es die Aufgabe eines Index der Lebenshaltungskosten zu zeigen, in welchem Umfang sich zwischen Basis- und Berichtsperiode die K o s t e n verändert haben, die eine ausgewählte Konsumentengruppe bei der Aufrechterhaltung eines bestimmten Lebensstandards zu tragen hat. Die Verbrauchergruppe hat dann ihren einmal festgelegten Lebensstandard beibehalten, wenn ihr die in den zwei Zeiträumen tatsächlich konsumierten Güterkombinationen den gleichen Nutzen bzw. den gleichen Befriedigungsgrad gebracht haben.²⁾

Treffend kennzeichnet CLAGUE die differenzierte Fragestellung der beiden Indexzahlen:³⁾

"Ein Lebenshaltungskostenindex, wie er im gegenwärtigen ökonomischen Denken definiert ist, stellt einen Index dar, der die Kostenveränderungen angibt, die daraus resultieren, daß ein gleicher oder äquivalenter Lebensstandard zwischen zwei verschiedenen Zeitpunkten oder zwei verschiedenen Orten beibehalten wird. Der Schlüssel zu diesem Konzept ist das Wort 'äquivalent'. Was einen Lebenshaltungskostenindex von einem enger definierten Preisindex für die Lebenshaltung unter-

-
- 1) P. DENEFFE/J. HILLER: Zum Preisindex für die Lebenshaltung. Wirtschaft und Statistik, 10 N. F. (1958), 544.
 - 2) Die Problematik des Lebenshaltungskostenindex ist in zahlreichen wissenschaftlichen Veröffentlichungen abgehandelt worden; einen guten Überblick dazu gibt: M.J. ULMER: The Economic Theory of Cost of Living Index Numbers. New York: Columbia University Press, 1950. 106 S. Vgl. auch O. ANDERSON: Probleme der statistischen Methodenlehre in den Sozialwissenschaften. 5., unveränderte Auflage. Würzburg: Physica-Verlag, 1965. S. 64-69.
 - 3) S.A. JAFFE: The Consumer Price Index - technical questions and practical answers. 1959 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association. Washington (D.C.): American Statistical Association, 191. (Sinngemäße Übersetzung. Soweit in der Arbeit fremdsprachige Zitate in deutsch wiedergegeben werden, handelt es sich stets um eigene Übersetzungen des Verfassers.)

scheidet, ist genau gesagt, daß man mit einem Lebenshaltungskostenindex versucht, die Kostenänderungen eines äquivalenten Warenkorb von Waren und Dienstleistungen zu messen, während man mit einem Preisindex die Änderungen desselben Warenkorb zu messen versucht."

Doch trotz dieser unterschiedlichen Problemstellung besteht eine enge Beziehung zwischen den erwähnten Indexzahlen. Betrachtet man die Veränderung der Marktpreise als die wichtigste Einflußgröße für die Entwicklung der Lebenshaltungskosten, so kann der Preisindex für die Lebenshaltung als gute Approximation für den Lebenshaltungskostenindex angesehen werden.¹⁾ Dieser Zusammenhang ist solange von Bedeutung, wie es nicht gelingt, ein Modell zu entwickeln, das die Berechnung eines Lebenshaltungskostenindex ermöglicht.

Der Preisindex für die Lebenshaltung kann die ihm gestellte Aufgabe, die Preisentwicklung ausgewählter Konsumgüter²⁾ repräsentativ wiederzugeben, nur dann erfüllen, wenn er entweder als Kostenverhältnis (Aggregatform des Preisindex) oder als gewogener Durchschnitt aus Preismeßzahlen³⁾ ermittelt wird.

1) Der theoretische Zusammenhang zwischen Preisindex für die Lebenshaltung und Lebenshaltungskostenindex wird dargestellt bei M.J. ULMER: On the economic theory of cost of living index numbers. Journal of the American Statistical Association, 41 (1946), 530-542. Ebenso bei R.G.D. ALLEN: Price index numbers. Revue de l'Institut International de Statistique, 31 (1963), 289-290.

2) Dabei soll im folgenden unter dem Begriff "Konsumgüter" Waren und Dienstleistungen der täglichen Lebenshaltung verstanden werden.

3) Meßzahlen entstehen durch die Gegenüberstellung gleichartiger Grundgesamtheiten. Dabei ist zu beachten, daß die statistischen Massen, aus denen Meßzahlen berechnet werden sollen, in einem Verhältnis der Koordination zueinander stehen müssen.

So sind die von der amtlichen Statistik der Bundesrepublik Deutschland berechneten "Preisindizes für die Lebenshaltung" ebenso wie der von der Deutschen Demokratischen Republik regelmäßig ermittelte "Index der Einzelhandelsverkaufspreise, der Leistungspreise und Tarife für die Arbeiter- und Angestelltenhaushalte" (früher als "Lebenshaltungskostenindex" bezeichnet) "echte" Preisindizes im Sinne der modernen statistischen Theorie; auch der in den Vereinigten Staaten von Amerika von dem U.S. BUREAU of LABOR STATISTICS veröffentlichte "Consumer Price Index" erfüllt in seinem formelmäßigen Aufbau obige Forderung.¹⁾

2.2. Die Anwendungsmöglichkeiten des Preisindex für die Lebenshaltung

Die verschiedenen Anwendungsmöglichkeiten des Preisindex für die Lebenshaltung leiten sich aus dem primären Zweck ab, für den dieser Index berechnet wird. Im Rahmen der Preisstatistik ist es die Aufgabe des Preisindex für die Lebenshaltung, die Preisentwicklung derjenigen Konsumgüter darzustellen, die zur Lebenshaltung täglich nachgefragt werden. Nachfolgend sollen nun in einem kurzen Überblick die wichtigsten Anwendungsmöglichkeiten des Preisindex für die Lebenshaltung erörtert werden.

1) Vgl. zu diesem Problemkreis auch Abschnitt 3.1 "Die Wahl der Indexformel".

a) Der Preisindex für die Lebenshaltung als Meßinstrument
für Geldwertveränderungen

Der wichtigste, wenn auch ein sehr umstrittener Zweck des Preisindex für die Lebenshaltung besteht darin, die Entwicklung des a l l g e m e i n e n Preisniveaus¹⁾ aufzuzeigen. Diese Problemstellung fällt zusammen mit der Frage nach den Schwankungen der "Kaufkraft des Geldes" bzw. des "Geldwertes"²⁾. So wird der Preisindex für die Lebenshaltung häufig als der wichtigste Maßstab für die Veränderungen des Geldwertes angesehen, wobei aber die Problematik dieses Indikators weitgehend übersehen wird.

Betrachtet man die schmale Basis, auf der dieser Index aufgebaut ist - es liegt den meisten Preisindizes für die Lebenshaltung eine bestimmte eng abgegrenzte Verbrauchergruppe sowie ein ganz bestimmter Warenkorb³⁾ zugrunde - so wird verständlich, daß der Preisindex für die Lebenshaltung nur ein unbefriedigendes Instrument sein kann, Geldwertschwankungen festzustellen. In diesem Zusammenhang macht FÜRST den folgenden Vorschlag:⁴⁾

"Für allgemeine makro-ökonomische Aussagen über die Währungsstabilität oder die sogenannte Geldentwertung wäre es zwei-

1) Dabei versteht man unter dem Preisniveau den Gesamtpreis einer in bestimmter Weise zusammengesetzten Gütermenge; vgl. E. PREISER: Bildung und Verteilung des Volkseinkommens. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 1957. S. 309.

2) Man kann den Geldwert auch als das reziproke Preisniveau definieren.

3) Vgl. zu dem Begriff des "Warenkorbs" Abschnitt 3.2 "Die Bestimmung der Gewichte."

4) G. FÜRST: Zur Aussagekraft von Preisindexziffern der Lebenshaltung. Wirtschaft und Statistik, 12 N. F. (1960), 5. (Im Original teilweise gesperrt gedruckt.)

fellos das Richtigste, die Preisentwicklung aller innerhalb der Volkswirtschaft im Laufe eines Jahres verbrauchten oder investierten Waren und Dienstleistungen - also kurz und vereinfachend gesagt, die Verwendungsseite des Sozialprodukts - zugrunde zu legen."

In der Bundesrepublik Deutschland verfolgt das Statistische Bundesamt nach eigenen Angaben dieses Ziel schon seit langer Zeit.¹⁾ Obwohl durch die Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1962/63 die bis dahin fehlenden Statistiken beschafft werden konnten, die eine warenmäßige Unterteilung des gesamten "Privaten Verbrauchs" erlauben, wurde bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt auf die Berechnung eines solchen Index verzichtet. So stand bisher für die Frage der Geldentwertung der Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen im Mittelpunkt der Betrachtung, der trotz der dargestellten Unzulänglichkeiten erlaubt, ein angenähertes Urteil über die Entwicklung der Kaufkraft des Geldes zu geben. Allerdings ist anzunehmen, daß künftig diese Aufgabe dem neuveröffentlichten Preisindex für die Lebenshaltung aller privaten Haushalte zufällt.

b) Der Preisindex für die Lebenshaltung als Bezugsgröße bei Tarifverhandlungen

Diese Aufgabe ist streng genommen identisch mit der ersten Funktion. So stellt sich auch hier die Frage nach dem Geldwert oder mit anderen Worten die Frage nach dem "Realeinkommen", bei dem die Preise zu einem gegebenen Einkommen in Beziehung gesetzt werden. Der Preisindex für die Lebenshaltung dient als wichtiges Meßinstrument für die Entwicklung des

1) Vgl. G. FÜRST: A.a.O., 5.

Realeinkommens und stellt somit eine wesentliche BezugsgröÙe bei sozialpolitischen Auseinandersetzungen, insbesondere bei Lohn- und Gehaltsverhandlungen, dar.

Erhöhte Bedeutung gewinnt der Preisindex für die Lebenshaltung dann, wenn seinen Steigerungsraten entsprechend Lohnerhöhungen ausgelöst werden, wie es teilweise in den Vereinigten Staaten von Amerika¹⁾ und in einigen Ländern der Europäischen Wirtschaftsgemeinschaft geschieht. In der Bundesrepublik Deutschland fehlen bisher in den Tarifverträgen solche "Lohngleitklauseln". Wenn auch keine direkte Koppelung der Lohnsätze an den Preisindex für die Lebenshaltung vorliegt, so ist dieser Index für die Sozialpartner doch eine bedeutende Maßzahl.

c) Der Preisindex für die Lebenshaltung als HilfsgröÙe für wirtschaftspolitische Entscheidungen

Die Preisbewegung der Konsumgüter, so wie sie von dem Preisindex für die Lebenshaltung wiedergegeben wird, spielt im Rahmen der Diagnose der Wirtschaftslage sowie für die Kon-

1) SAWHILL zeigt an einem eindrucksvollen Beispiel, wie wichtig eine solche Vereinbarung für eine Volkswirtschaft wie die der Vereinigten Staaten von Amerika sein kann. Es soll die Klausel gelten, daß der Stundenlohn um einen Cent erhöht wird, wenn der Index um einen Punkt steigt. Durch diese Lohnänderung würde ein Arbeiter 20 Dollar mehr pro Jahr verdienen, vorausgesetzt, er arbeitet in diesem Zeitraum 2 000 Stunden. Da diese Lohnerhöhung nach vertraglicher Regelung etwa 2,5 Millionen Arbeiter erhalten würden, entstünden 50 Millionen Dollar mehr an Lohnkosten; vgl. J.C. SAWHILL: A sample design for the Consumer Price Index. 1963 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association. Washington (D.C.): American Statistical Association, 9. Vgl. außerdem O. MORGENSTERN: Über die Genauigkeit wirtschaftlicher Beobachtungen. Wien/Würzburg: Physica-Verlag, 1965. S. 188-189.

junktur- und Finanzpolitik eine wichtige Rolle. Welche Schlußfolgerungen der Wirtschaftspolitiker aus der Indexentwicklung ziehen kann, soll das folgende Beispiel zeigen.

Geht man davon aus, daß eine Hochkonjunktur mit stärkeren Preissteigerungen verbunden ist - diese Annahme ist insofern realistisch, als sie für alle hochindustrialisierten Volkswirtschaften kennzeichnend ist - und nimmt man an, daß bei einem Rückgang der Konjunktur die Preissteigerungen schwächer werden, so kann man beispielsweise für die Bundesrepublik Deutschland folgenden Konjunkturverlauf aus dem Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen ablesen: Der Anstieg des Index um 3,42% bzw. 3,49% von 1964 auf 1965 bzw. von 1965 auf 1966, spiegelt die damalige Hochkonjunktur wider. Dagegen ist der konjunkturelle Rückschlag, der in den darauffolgenden Jahren folgte, auch aus dem Preisindex zu ersehen. So nahm der Index von 1966 auf 1967 nur noch um 1,42% zu und von 1967 bis Mai 1968 ist sogar nur noch ein Anstieg von 1% zu beobachten.

d) Der Preisindex für die Lebenshaltung als Meßgröße der Wertbeständigkeit bei privaten Rechtsgeschäften

Der Preisindex für die Lebenshaltung wird in vielen privaten Rechtsgeschäften als Maßstab für die Erhaltung der Wertbeständigkeit von laufenden Geldleistungen verwendet.¹⁾ So nehmen z.B. viele Kündigungs- und Änderungsklauseln bei pri-

1) Vgl. P. DENEFFE/J. HILLER: A.a.O., 542.

vaten Rechtsverhältnissen auf diesen Index Bezug. Bei privaten Rentenverträgen gilt häufig folgende Vereinbarung: Sobald der Preisindex für die Lebenshaltung um einen bestimmten Prozentsatz gestiegen ist, soll die Rente um die gleiche Quote erhöht werden. Solche "Wertsicherungsklauseln" sind in der Bundesrepublik Deutschland nach § 3 Satz 2 des Währungsgesetzes (Erstes Gesetz zur Neuordnung des Geldwesens) vom 20.6.1948 genehmigungspflichtig. Nach der Genehmigungspraxis der Deutschen Bundesbank wurden diese Klauseln bisher nicht zugelassen. Im Gegensatz dazu unterliegt die Klausel, daß die Höhe der Rente neu festgelegt werden soll, wenn der Preisindex für die Lebenshaltung um einen gewissen Prozentsatz gestiegen ist, nicht der Genehmigungspflicht.

3. Kapitel

DIE KONSTRUKTION DES PREISINDEX FÜR DIE LEBENSHALTUNG

3.1 Die Wahl der Indexformel

Bei der Wahl der Indexformel, die der Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung zugrunde gelegt werden soll, wird in der Literatur der Standpunkt vertreten, daß ein formalistisches Vorgehen bei der Konstruktion einer Indexzahl fehl am Platze ist.¹⁾ Vielmehr ist die "Hauptaufmerksamkeit darauf zu lenken, daß die gewählte Indexzahl einen klaren, leicht verständlichen und der konkreten Problematik des Falles entsprechenden Sinn besitzt"²⁾.

Unter diesem Gesichtspunkt wird der Preisindex für die Lebenshaltung in der amtlichen Statistik meist nach der von LASPEYRES entwickelten Indexformel berechnet; sie lautet:

$$L_{Ot}^P = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} p_t^{(ij)} q_0^{(ij)}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} p_0^{(ij)} q_0^{(ij)}} \quad (3.1)$$

Dabei bedeuten

L_{Ot}^P : Der Preisindex für die Lebenshaltung nach LASPEYRES

1) Vgl. J. BLEYMÜLLER: A.a.O., S. 29.

2) O. ANDERSON: A.a.O., S. 52.

für die Berichtsperiode t bezogen auf die Basisperiode 0 ,

$p_0^{(ij)}$ bzw. $p_t^{(ij)}$: Der Preis des j -ten Konsumgutes der i -ten Konsumgütergruppe in der Basisperiode 0 bzw. in der Berichtsperiode t ,

$q_0^{(ij)}$: Die Menge des j -ten Konsumgutes der i -ten Konsumgütergruppe in der Basisperiode 0 ,

N_i : Anzahl der Konsumgüter der i -ten Konsumgütergruppe,

N : Anzahl der Konsumgütergruppen.

Für den weiteren Verlauf der Arbeit ist es von Vorteil, die oben wiedergegebene Aggregatform des Preisindex nach LASPEYRES umzuformen:

$$L^{P_{0t}} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} \frac{p_t^{(ij)}}{p_0^{(ij)}} p_0^{(ij)} q_0^{(ij)}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} p_0^{(ij)} q_0^{(ij)}} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} r_{ij} w_{ij} \quad (3.2)$$

Dabei sind

$\frac{p_t^{(ij)}}{p_0^{(ij)}} = r_{ij}$: Die Preismeßzahl (das Preisverhältnis) des j -ten Konsumgutes der i -ten Konsumgütergruppe für die Berichtsperiode t bezogen auf die Basisperiode 0 ,

$\frac{p_0^{(ij)} q_0^{(ij)}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} p_0^{(ij)} q_0^{(ij)}} = w_{ij}$: Der Ausgabenanteil (das relative Gewicht) des j -ten Konsumgutes der i -ten Konsumgütergruppe an den Gesamtausgaben in der Basisperiode 0 .

Außerdem gilt: $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} w_{ij} = 1.$

Formel (3.2) kann zu der folgenden Form reduziert werden:

$$L^{Pot} = \sum_{i=1}^N r_i w_i. \quad (3.3)$$

Dabei sind

r_i : Die Preismeßzahl der i -ten Konsumgütergruppe für die Berichtsperiode t bezogen auf die Basisperiode 0 und

w_i : Der Ausgabenanteil der i -ten Konsumgütergruppe in der Basisperiode 0 .

Auch diesmal gilt: $\sum_{i=1}^N w_i = 1.$

Nach Formel (3.2) bzw. (3.3) werden die Konsumgüter in Konsumgütergruppen¹⁾ angeordnet; beispielsweise stellen die Warengruppen "Brot", "Käse" und "Wein" solche Konsumgütergruppen dar. So besteht z.B. die Konsumgütergruppe "Brot" unter anderem aus den Konsumgütern "Weißbrot", "Schwarzbrot", "Roggenbrot", "helles" und "dunkles Mischbrot", "Schnitt-

1) In der amerikanischen Fachliteratur haben sich die von McCARTHY geprägten Ausdrücke "specified item" für Konsumgütergruppe und "specified-in-detail item" für Konsumgut eingebürgert; vgl. P.J. McCARTHY: Sampling Considerations in the Construction of Price Indexes With Particular Reference to the United States Consumer Price Index. United States: Government Price Statistics-Hearings before the Subcommittee on Economic Statistics of Joint Economic Committee, Congress of the United States, 87 Congress, First Session, Part 1, Staff Paper 4. Washington (D.C.): Government Printing Office, 1961. S. 211.

brot-Roggen und -Vollkornbrot" und "Schnittbrot Toastbrot". Die Anordnung der Konsumgüter zu Konsumgütergruppen kann nach verschiedenen Kriterien erfolgen. Eine Möglichkeit besteht darin, die Konsumgütergruppen so zu bilden, daß sich die Konsumgüter innerhalb einer Gruppe durch Ähnlichkeit auf der Angebotsseite und durch große Substituierbarkeit auf der Nachfrageseite auszeichnen. Da die Zusammenfassung der Konsumgüter zu Konsumgütergruppen eingehend in Unterabschnitt 7.2.3 "Die Kriterien für die Schichtenbildung" besprochen wird, wird hier auf weitere Ausführungen verzichtet.

Die Ermittlung des Preisindex für die Lebenshaltung mit Hilfe der Indexformel nach LASPEYRES hat sich auch aus rechentechnischen Gründen als zweckmäßig erwiesen, vor allem dann, wenn man die Indexzahl als gewogenes arithmetisches Mittel aus Preismeßzahlen ermittelt. Diese Berechnungsmethode erlaubt eine einfache und schnelle Ermittlung des Preisindex für die Lebenshaltung¹⁾, weil bei konstanter Wägung in den einzelnen Vergleichsperioden jeweils nur die Preisverhältnisse r_{ij} der Konsumgüter erneut zu bestimmen sind. So werden die meisten amtlichen Preisindizes der Lebenshaltung nach der LASPEYRES-Formel berechnet, wie z.B. sämtliche Preisindizes der Lebenshaltung der Bundesrepublik Deutschland oder der Consumer Price Index der Vereinigten Staaten von Amerika.

1) Vgl. S. GUCKES: Der neue Preisindex für die Lebenshaltung - Umstellung auf Verbrauchsverhältnisse von 1962 und die neue Gütersystematik. Wirtschaft und Statistik, 1964, 435.

Außerdem erhöht die leichte Interpretationsmöglichkeit die Aussagekraft dieser Indexzahl, da der Preisindex für die Lebenshaltung nach LASPEYRES anschaulich die Frage beantwortet, wieviel ein in der Basisperiode 0 einmal zusammengestellter Warenkorb in der Berichtsperiode t kostet.

Die Berechnung des Index mit Hilfe der LASPEYRES-Formel ist neben den bisher angeführten praktischen Erwägungen auch aus theoretischer Sicht von Vorteil. Wie aus Abschnitt 2.1 bekannt ist, kann man den Preisindex für die Lebenshaltung als brauchbare Approximation für den Lebenshaltungskostenindex verwenden. Liegt dem Preisindex das Indexmodell von LASPEYRES zugrunde, so gibt, wie nachgewiesen werden kann, der nach dieser Formel ermittelte Wert die obere Grenze für den Lebenshaltungskostenindex an.¹⁾

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß die bei der Indexberechnung generell auftretende Stichprobenproblematik auch durch die ausschließliche Festlegung auf die LASPEYRES-Formel umfassend dargestellt werden kann, da bei allen anderen Indexmodellen die Auswahlprobleme prinzipiell identisch sind.²⁾

-
- 1) Der Nachweis ist beispielsweise nachzulesen bei M.J. ULMER: The Economic Theory of Cost of Living Index Numbers, a.a.O., S. 31-36.
 - 2) Vgl. P.J. McCARTHY: Some observations on sampling in the construction of price indexes. 1961 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association. Washington (D.C.): American Statistical Association, 264.

3.2 Die Bestimmung der Gewichte

Die praktische Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung basiert auf zweierlei Unterlagen: Den Preismesszahlen ausgewählter Konsumgüter und dem Wägungsschema. Unter dem Wägungsschema, das oft recht anschaulich als "Warenkorb" bezeichnet wird, versteht man eine Zusammenstellung ausgewählter Güter und Dienstleistungen des Verbrauchs eines privaten Haushalts und der Aufteilung des Gesamtverbrauchs auf diese Positionen.¹⁾

Art und Zusammensetzung des Warenkorbs ergeben sich aus den statistischen Erhebungen über den Verbrauch der privaten Haushalte. Dabei unterscheidet man in der Bundesrepublik Deutschland zwischen den "laufenden Wirtschaftsrechnungen" und den Strukturerhebungen, den sogenannten "Einkommens- und Verbrauchsstichproben", die in mehrjährigen Abständen durchgeführt werden.²⁾ Diese Verbrauchserhebungen sollen neben der bereits erwähnten Aufgabe, für den Preisindex der Lebens-

1) Vgl. P.J. DENEFFE: Lebenshaltungspreisindex, a.a.O., S. 541.

2) Die theoretischen Grundlagen, die Ziele und die Unterschiede dieser beiden Erhebungsarten der Verbrauchsforschung können im Rahmen dieser Arbeit nicht näher behandelt werden; vgl. hierzu den Aufsatz von A. SOBOTSCHINSKI: Die Statistik des Verbrauchs der privaten Haushalte. In A. Blind: Umriss einer Wirtschaftsstatistik. Hamburg: Verlag von Felix Meiner, 1966. S. 245-264 sowie die zahlreichen Veröffentlichungen in Wirtschaft und Statistik, von denen nur die folgenden genannt werden sollen: H. REDDIES: Das Verfahren der laufenden Wirtschaftsrechnungen von 1950-1964 und ab 1965. Wirtschaft und Statistik, 1965, 496-500 und K. HORSTMANN: Die Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1962, Wirtschaft und Statistik, 1961, 563-567.

haltung ein empirisch gefundenes Wägungsschema zu liefern, außerdem Unterlagen für dessen laufende Kontrolle sowie Hinweise für die Wahl der zu beobachtenden Konsumgüter zur Verfügung stellen.¹⁾

Die laufenden Wirtschaftsrechnungen werden monatlich in Form von vollständigen Einnahme-/Ausgaberechnungen für eine Anzahl ausgewählter privater Haushalte durchgeführt. Dabei sind in der Bundesrepublik Deutschland die Erhebungen aus Kostengründen auf folgende sozialpolitisch wichtige oder in der Gesamtbevölkerung häufig vertretenen drei Haushaltstypen beschränkt:

Haushaltstyp 1: Zwei-Personen-Haushalt von Renten- und Sozialhilfeempfängern mit geringem Einkommen,

Haushaltstyp 2: Städtischer Vier-Personen-Arbeitnehmer-Haushalt mit mittlerem Einkommen,

Haushaltstyp 3: Städtischer Vier-Personen-Haushalt von Beamten und Angestellten mit höherem Einkommen.

Die wesentlichsten Kriterien für die Zuordnung der Haushalte zu den angegebenen drei Verbrauchergruppen sind neben der sozialen Stellung des Haushaltsvorstandes die Größe und Zusammensetzung des Haushalts sowie die Höhe des Bruttohaushaltseinkommens oder der Verbrauchsausgaben.²⁾

Nach diesen Gesichtspunkten ist der Haushaltstyp der mittleren Verbrauchergruppe festgelegt als ein städtischer Vier-Personen-Haushalt, der ein mittleres Einkommen hat und dessen durchschnittliche monatliche Verbrauchsausgaben 1962

1) Vgl. H. REDDIES: A.a.O., 496.

2) Vgl. G. FÜRST: A.a.O., 5.

zwischen 630 DM und 750 DM liegen sollten.¹⁾ Der alleinverdienende Haushaltsvorstand muß als Arbeiter oder Angestellter in der gewerblichen Wirtschaft oder im öffentlichen Dienst tätig sein.

Für jede Verbrauchergruppe führt eine bestimmte Anzahl von Haushalten auf freiwilliger Basis Haushaltsbücher, in denen sämtliche Einnahmen und Ausgaben eines Monats möglichst genau einzutragen sind. Die Aufbereitung dieser Haushaltsbücher liefert der Statistik den gewünschten Einblick in die Verbrauchsstrukturen der erfaßten sozialen Gruppen, insbesondere kann aus den gewonnenen Ergebnissen der Katalog sämtlicher Konsumgüter, die in den Verbrauch der Haushalte eingehen, erstellt werden.

Da es aber praktisch unmöglich ist, die Preisveränderungen für sämtliche Konsumgüter zu erfassen, müssen solche Repräsentanten ausgewählt werden, die den Preisverlauf der betreffenden Waren- oder Leistungsgruppe charakterisieren. Bisher werden diese Preisrepräsentanten für die meisten amtlichen Preisindizes der Lebenshaltung durch bewußte Auswahl festgelegt.²⁾

Außerdem kann aus den laufenden Erhebungen von Wirtschafts-

1) Städtische Vier-Personen-Haushalte sind solche Haushalte, die zu Gemeinden mit mindestens 20 000 Einwohnern gehören. Ihre Zusammensetzung ist dahingehend festgelegt, daß sie aus Ehepaaren mit zwei abhängigen Kindern bestehen müssen, wobei mindestens ein Kind unter 15 Jahren alt ist.

2) So wurden z.B in der Bundesrepublik Deutschland die in den Index eingehenden Konsumgüter durch eine typische Auswahl bestimmt; vgl. Statistisches Bundesamt: Stichproben in der amtlichen Statistik. Wiesbaden: W. Kohlhammer GmbH, 1960. S. 29.

Tabelle 3-1: Wägungsschema 1962.¹⁾ Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen - Bundesgebiet einschließlich Berlin (West).

Hauptgruppen	Monatlicher Ausgabenbetrag in	
	DM	°/oo der Gesamtausgaben
0/1 Nahrungs- und Genußmittel (einschl. Verzehr in Gaststätten)	326,53	439,83
2 Kleidung, Schuhe	89,07	119,98
3 Wohnungsmieten	69,51	93,63
4 Elektrizität, Gas, Brennstoffe	34,03	45,85
5 Übrige Waren und Dienstleistungen für die Haushaltsführung	81,51	109,78
6 Waren und Dienstleistungen für Verkehrszwecke, Nachrichtenübermittlung	46,01	61,98
7 Waren und Dienstleistungen für die Körper- und Gesundheitspflege	22,99	30,97
8 Waren und Dienstleistungen für Bildungs- und Unterhaltungszwecke	46,75	62,97
9 Persönliche Ausstattung; sonstige Waren und Dienstleistungen	25,99	35,01
Lebenshaltung insgesamt	742,39	1.000,00

1) Zusammengestellt nach Quelle: Wägungsschema 1962 - Preisindex für die Lebenshaltung von 4-Personen-Arbeitnehmerhaushalten mit mittlerem Einkommen des alleinverdienenden Haushaltsvorstandes (neue Systematik) - Bundesgebiet einschließlich Berlin (West). Wirtschaft und Statistik, 1964, 506⁸- 508⁸.

rechnungen das Wägungsschema für den Preisindex für die Lebenshaltung abgeleitet werden. Während die Ausgabenanteile w_i der Konsumgütergruppen ohne Schwierigkeiten aus den Anschreibungen in den Haushaltsbüchern ermittelt werden können, treten bei der Bestimmung der Einzelgewichte w_{ij} der Konsumgüter einer Konsumgütergruppe gewisse Schwierigkeiten auf, wie die Ausführungen in Unterabschnitt 7.2.1 "Die Abgrenzung der Grundgesamtheit" zeigen werden.

Für den Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen wurden rund 430 Waren und Dienstleistungen ausgewählt, die sämtliche für die Lebenshaltung relevanten Konsumgütergruppen repräsentieren. Die Konsumgütergruppen sind für diesen Index noch zu neun Hauptgruppen zusammengefaßt worden. Ihr Anteil am Warenkorb ergibt sich aus Tabelle 3-1.

3.3 Die Ermittlung der Preismaßzahlen

Der Preisindex für die Lebenshaltung will - wie bereits mehrfach erwähnt - die Preisentwicklung eines konstant beibehaltenen Warenkorbs, der stets die gleichen Mengen der nach Art und Qualität gleichen Konsumgüter enthält, messen. Deshalb ist es erforderlich, für die ausgewählten Konsumgüter die Preise sowohl in der Basis- als auch in der jeweiligen Berichtsperiode zu ermitteln. Vereinfacht wird in diesem Kapitel angenommen, daß für jede Konsumgütergruppe nur ein Kon-

sumgut ausgewählt worden ist, und das für dieses ausgewählte Gut ermittelte Preisverhältnis repräsentativ für die Gruppe ist.¹⁾

Als Preis soll der in Währungseinheiten ausgedrückte, beim Kaufkontrakt vereinbarte Gegenwert für die Überlassung eines Gutes oder die Ausübung eines Dienstes verstanden werden.²⁾

Nach dieser Definition wird somit die Höhe des Preises durch die Art und Qualität des dem Kaufvertrag zugrunde liegenden Gutes und die bei diesem Rechtsgeschäft vereinbarten Konditionen bestimmt. Diese Einflußgrößen müssen weitgehend im Zeitablauf konstant gehalten werden, damit ein einwandfreier zeitlicher Preisvergleich durchgeführt werden kann.

Diese Forderung bereitet vor allem dann erhebliche Schwierigkeiten, wenn beispielsweise für längere Zeit an der gleichen Warenqualität festgehalten werden soll. Bedingt durch Faktoren wie modische Änderungen und technischer Fortschritt erfahren die am Markt umgesetzten Güter fortwährende Änderungen. Um sich an diese geänderten Bedingungen anzupassen, werden in der preisstatistischen Praxis verschiedene Verfahren zur Ausschaltung der vergleichsstörenden Elemente im Erhebungs-

1) Vgl. zu dem allgemeinen Fall, daß für jede Konsumgütergruppe mehrere Repräsentanten ausgewählt werden, die entsprechenden Ausführungen in Abschnitt 7.4 "Die Ableitung verschiedener Schätzverfahren".

2) Vgl. P. DENEFFE: Zum Preisbegriff und zur Methodik der Preisstatistik, a.a.O., S. 183.

material angewandt.¹⁾

Die beste Methode der repräsentativen Darstellung der Preisentwicklung wäre es, die Preise, die vom Verbraucher tatsächlich bezahlt worden sind, zu ermitteln. Nur durch eine direkt bei den Konsumenten vorgenommene Preiserhebung könnten gewährte Rabatte oder andere verbilligte Einkaufsmöglichkeiten (z.B. Beziehungskäufe beim Produzenten oder beim Großhandel) im vollen Umfang erfaßt und somit im Preisindex für die Lebenshaltung berücksichtigt werden.²⁾

Aus organisatorischen und finanziellen Gründen geht die Preisstatistik jedoch einen anderen Weg. Die Preiserhebung erfolgt periodisch in ausgewählten Preisberichtsstellen, wobei als Preisberichtsstellen nur solche Einkaufsquellen infrage kommen, in denen die privaten Haushalte üblicherweise ihren Bedarf decken, wie z.B. Einzelhandelsgeschäfte, Warenhäuser, Versandhäuser, usw.³⁾ Der Preis für ein Konsumgut wird als **B r u t t o** verkaufspreis erfaßt. Somit werden der Indexberechnung die Verkaufspreise der Verkäufer als Ein-

-
- 1) Vgl. P.J. DENEFFE: Preisstatistik. Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Band 8. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 1964. S. 513.
Kleinere Qualitätsschwankungen versucht z.B. die amtliche Statistik der Bundesrepublik Deutschland dadurch auszugleichen, daß für die einzelnen Waren eine möglichst allgemein gehaltene Warenbeschreibung gegeben wird. Somit kann der Preismelder bei den periodisch erfolgenden Preisfeststellungen die Warenqualität aussuchen, die augenblicklich am marktgängigsten ist. Wie bedeutende Qualitätsänderungen zu behandeln sind, wird in Abschnitt 4.4 "Der Korrekturfehler" untersucht werden.
- 2) Vgl. hierzu die Ausführungen bei A. BASU: Consumer price index numbers - techniques of collection and utilisation of prices. Indian Labour Journal, 1961, 174.
- 3) Vgl. auch Abschnitt 8.2 "Die Auswahl der Preisberichtsstellen".

kaufspreise der entsprechenden Verbrauchergruppe zugrunde gelegt.¹⁾

Da es nur sehr schwer möglich wäre, einerseits gewährte Preisnachlässe statistisch zu erfassen und andererseits den Personenkreis zu ermitteln, der derartige Vergünstigungen in Anspruch nimmt, muß auf die Erhebung von Netto preisen verzichtet werden. Allerdings ist diese Unterscheidung bei Preisvergleichen dann von untergeordneter Bedeutung, wenn die Konditionen des Kaufvertrags im Zeitablauf nur wenig verändert werden.

Der Durchschnittspreis für ein Konsumgut sollte als gewogenes arithmetisches Mittel aus den einzelnen Preismeldungen berechnet werden, wobei als Gewichte die Mengen, die von diesem Gut von den privaten Haushalten des betrachteten Haushaltstyps nachgefragt wurden, zu verwenden wären. Da aber das in der Preisstatistik angewandte Erhebungsverfahren häufig keine Unterlagen für eine derartige Gewichtung liefert, müssen die Durchschnittspreise als ungewogene arithmetische Mittel gebildet werden. Den dabei entstehenden Ungenauigkeiten versucht die Preisstatistik in der Bundesrepublik Deutschland dadurch zu begegnen, daß die Preisberichtsstellen proportional zur Bevölkerungszahl auf die verschiedenen Gemeindegrößenklassen verteilt werden.²⁾ Außerdem werden

1) Vgl. P.J. DENEFFE: Preisstatistik, a.a.O., S. 513.

2) Kritisch ist zu dieser Methode zu bemerken, daß auch dabei Verzerrungen entstehen können, wenn die Verteilung der Haushalte der zu untersuchenden Verbrauchergruppe nicht mit der Verteilung der Gesamtbevölkerung übereinstimmt; vgl. hierzu die Kontrollberechnungen bei G. HESKE/B. NIERADT: Westdeutscher Preisindex für die Lebenshaltung nach dritter Berechnungsumstellung aussagekräftiger? Statistische Praxis, 20 (1965), 181.

hauptsächlich nur Preisberichtsstellen mit einem großen und annähernd gleichen Marktanteil ausgewählt, um so eine Art Gleichgewicht der gemeldeten Preise zu erreichen.¹⁾

Die Preisermittlung erfolgt in der Bundesrepublik Deutschland in 117 Berichtsgemeinden bei bis zu 700 Preisberichtsstellen. Aus den Gemeindedurchschnittspreisen werden durch mehrfache Mittelung die Bundesdurchschnittspreise und anschließend die zur Indexberechnung erforderlichen Preismeßzahlen berechnet.²⁾

3.4 Die Aggregation der Preismeßzahlen zum Gesamtindex

Für die Ermittlung des Preisindex für die Lebenshaltung sind grundsätzlich folgende Rechenschritte notwendig. Zunächst müssen für alle Konsumgütergruppen die Gruppenindizes berechnet werden. Soweit die Konsumgütergruppen auch noch in Hauptgruppen angeordnet worden sind, müssen aus den Gruppenindizes der in den Hauptgruppen enthaltenen Konsumgütergruppen durch gewogene Mittelwertbildung die entsprechenden Subindizes bestimmt werden, die daran anschließend zum Gesamtindex zu vereinigen sind.

Um die Übersichtlichkeit der folgenden Ableitungen nicht zu erschweren, wurde in der vorliegenden Untersuchung - wie be-

1) Vgl. P.J. DENEFFÉ: Preisstatistik, a.a.O., S. 514.

2) A. BASU (Consumer price index numbers - techniques of collection and utilisation of prices, a.a.O., 185-186) weist darauf hin, daß es in gewissen Fällen sinnvoller ist, die Preismeßzahl als Durchschnitt aus den einzelnen Preisverhältnissen und nicht als Verhältnis aus den Durchschnittspreisen in den Vergleichsperioden zu berechnen.

Tabelle 3-2: Preisindex für die Lebenshaltung. 1) 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen²⁾ - Bundesgebiet einschließlich Berlin (West). 1962 = 100.

Jahr	Preisindex für die Lebenshaltung insges.	Hauptgruppe							Persönl. Ausstattung: sonst. Waren u. Dienstleistungen
		Nahrungs- u. Genussmittel (einschl. Verzehr in Gaststätten)	Kleidung, Schuhe	Wohnungs-mieten ⁴⁾	Elektrizität, Gas, Brennstoff	Übrige Waren u. Dienstleistungen für die Haushaltsführung	Waren und Dienstleistungen für Verkehrs-zwecke, Nachrichtenübermittlung	für die Körper- u. Gesundheitspflege	
1963	103,0	102,9	102,2	105,6	102,7	102,0	104,6	102,9	103,3
1964	105,4	105,0	104,3	112,1	104,2	103,4	105,7	105,6	106,7
1965	109,0	109,0	107,1	118,5	106,1	106,2	106,8	109,2	109,7
1966	112,8	112,0	110,5	129,7	107,5	108,3	111,2	115,2	113,4
1967	114,4	112,0	112,1	138,2	108,5	108,3	114,3	117,6	117,8
1968	116,1	111,1	112,0	148,4	115,9	108,5	117,0	125,3	122,4

1) Quelle: Preisindex für die Lebenshaltung, Wirtschaft und Statistik, 1969, 54^e.

2) Lebenshaltungsausgaben von rund 750 DM monatlich nach den Verhältnissen von 1962.

3) Die Jahresindizes sind einfache Durchschnitte aus den Monatsindizes.

4) Bei den neben Altbau-Wohnungen erfaßten Neubau-Wohnungen handelt es sich nur um solche, die im Rahmen des sozialen Wohnungsbauprogramms erstellt wurden.

reits aus Formel (3.2) bzw. (3.3) zu ersehen ist - auf die Bildung von Hauptgruppen verzichtet. Der Preisindex für die Lebenshaltung wird in diesem Fall sofort aus den Gruppenindizes ermittelt.

In der Bundesrepublik Deutschland werden gegenwärtig folgende Lebenshaltungsindizes veröffentlicht:

- a) Preisindex für die Lebenshaltung aller privaten Haushalte,
- b) Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen,
- c) Preisindex für die Lebenshaltung von Renten- und Sozialhilfeempfängern und
- d) Preisindex für die einfache Lebenshaltung eines Kindes.

In Tabelle 3-2 ist die Entwicklung des Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen für die Jahre 1963 bis 1968 dargestellt.

4. Kapitel

DIE FEHLERKOMPONENTEN DES PREISINDEX FÜR DIE LEBENSHALTUNG

4.1 Die Fehlerarten

Der Preisindex für die Lebenshaltung wird in vielen Fällen kritiklos verwendet und interpretiert. Das geht so weit, daß Indexveränderungen in der Größenordnung von 0,1% bis 0,2% bereits als signifikant angesehen werden. Wenn man aber berücksichtigt, daß der Index häufig nur auf einen eng abgegrenzten Haushaltstyp abgestellt ist, und darüber hinaus seine Berechnung auf einer relativ kleinen Zahl von Konsumgütern basiert, so ergeben sich berechnete Zweifel, ob er ein fehlerfreies Meßinstrument für die Preisentwicklung der Konsumgüter darstellt.

Grundsätzlich sind bei der Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung, wie bei jeder Indexzahl, folgende Fehlerarten zu beobachten:¹⁾

- a) Die Fehler, die durch ungenaue Ausgangsdaten entstehen,
- b) der Formelfehler,
- c) der Korrekturfehler und
- d) der Stichprobenfehler.

1) Eine ähnliche Fehlereinteilung verwendet B.D. MUDGETT: Index Numbers. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1951. S. 45-59.

Nachfolgend sollen die verschiedenen Fehlerarten im einzelnen untersucht werden.

4.2 Die Problematik fehlerbehafteter Ausgangsdaten

Die Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung baut auf den Preismeßzahlen und den Ausgabenanteilen der ausgewählten Konsumgüter auf; von der Genauigkeit der diesen Größen zugrunde liegenden Ausgangsdaten wird die Güte der Indexzahl beeinflußt. Bei der Erhebung der Marktpreise können aus verschiedenen Gründen Beobachtungsfehler entstehen. Es können ungewollt sowohl durch Nachlässigkeit als auch durch unvollständige Warenbeschreibung falsche Preise bei den Preisberichtsstellen ermittelt werden. Ferner können bei steigender Preistendenz aus Wettbewerbsgründen dem Ermittler zu niedrige Preise genannt werden.¹⁾

Ebenso können auch die Gewichte der Konsumgüter mit Fehlern behaftet sein. Als wichtigste Fehlerquelle ist hier anzuführen, daß die Anschreibungen in den Haushaltungsbüchern nicht den tatsächlich getätigten Ausgaben entsprechen, und so für die Indexberechnung verzerrte Gewichte ermittelt werden.

Allerdings wäre es verfehlt, die angeführten Ungenauigkeiten zu sehr hervorzuheben, denn durch zuverlässige Aufzeichnungen und sorgfältige Kontrollen können diese Fehler auf ein Minimum reduziert werden. So sind z.B. vor der Aufbereitung

1) Vgl. G. HESKE/B. NIERADT: A.a.O., S. 181.

der laufenden Erhebungen von Wirtschaftsrechnungen in der Bundesrepublik Deutschland mehrere Prüfungen vorgesehen, die gewährleisten sollen, daß das Urmaterial möglichst fehlerfrei für die Aufbereitung vorliegt.¹⁾

4.3 Der Formelfehler

Zwar werden alle dem Verfasser bekannten amtlichen Preisindizes der Lebenshaltung nach der Indexformel von LASPEYRES²⁾ berechnet, doch sollte man daraus nicht schließen, daß dieses Indexmodell das einzig mögliche sei, die Preisentwicklung der Güter für die Lebenshaltung wiederzugeben. Ebenso könnte man versuchen, diesen Sachverhalt mit Hilfe anderer Ansätze darzustellen. Wenig überraschend ist allerdings dann die Feststellung, daß der gleiche Tatbestand von den verschiedenen Indexmodellen unterschiedlich beschrieben wird.³⁾

-
- 1) So ist in der Arbeitsanweisung für die Aufbereitung der laufenden Erhebungen von Wirtschaftsrechnungen in Abschnitt II.3.9 eine abschließende Wahrscheinlichkeitsprüfung der Ausgaben und in Abschnitt II.6 eine rechnerische Prüfung der Einnahmen und Ausgaben vorgesehen; vgl. hierzu: Statistisches Bundesamt: Arbeitsanweisung für die Aufbereitung der laufenden Erhebungen von Wirtschaftsrechnungen. Wiesbaden: 1965, S. 15 und S. 17.
 - 2) Die Gründe, die ausschlaggebend waren, sich für die Indexformel nach LASPEYRES zu entscheiden, sind in Abschnitt 3.1 "Die Wahl der Indexformel" ausführlich dargelegt worden.
 - 3) So machte sich I. FISHER (The Making of Index Numbers. Third Edition, Revised. Boston/New York: Houghton Mifflin Company, 1927. S. 243-247) die Mühe, die Preisentwicklung einer nicht näher beschriebenen Gütergruppe anhand von 134 Indexformeln für die Jahre 1914-18 darzustellen; die Ergebnisse fielen dabei - wie nicht anders zu erwarten war - recht unterschiedlich aus.

Die Ergebnisse, die die einzelnen Indexformeln liefern, werden jedoch um so weniger voneinander abweichen, je gleichmäßiger sich die Preisrelationen der betrachteten Konsumgüter entwickelt haben.

Aus der Tatsache, daß es noch keine allgemein gültige Formel gibt, die die Preisentwicklung der zu untersuchenden Grundgesamtheit exakt mißt, enthält der Preisindex für die Lebenshaltung - wie alle anderen Indizes auch - einen Fehler, den sogenannten "Formelfehler".¹⁾ So sind auch die Indexformeln nach LASPEYRES und PAASCHE, die in der Indextheorie die größte Rolle spielen, nicht fehlerfrei. Allerdings sind diese Formeln, wie MUDGETT hierzu feststellt, "in gleicher Weise richtig und dadurch auch in gleicher Weise falsch. Es besteht zwischen ihnen keine Wahl"²⁾.

Der "wahre" Wert des Index zum Zeitpunkt t , der nur durch einen Idealindex zu ermitteln wäre, wird mit I^{P}_{Ot} bezeichnet. Da eine solche ideale Indexformel nicht existiert, können nur Approximationen berechnet werden. Eine solche Approximation ist der Wert I^{P*}_{Ot} , der mit Hilfe der Indexformel nach LASPEYRES ermittelt wird, an der allerdings, wie in Abschnitt 4.4 "Der Korrekturfehler" noch gezeigt werden wird, gewisse Modifikationen vorzunehmen sind. Allgemein läßt sich der Formelfehler durch die Differenz $[I^{P*}_{Ot} - I^{P}_{Ot}]$ ausdrücken. Dieser Verzerrung ergibt sich also daraus, daß die Berechnung des

1) Vgl. B.D. MUDGETT: A.a.O., S. 46.

2) B.D. MUDGETT: A.a.O., S. 16. (Übersetzung.)
Zu einer ähnlichen Feststellung kommt I. FISHER (a.a.O., S. 247), als er diesen beiden Indexformeln unter sieben verschiedenen Klassifikationsmöglichkeiten das Prädikat "sehr gut" verleiht.

Preisindex für die Lebenshaltung nicht auf einem Idealindex basiert.

Für den Preisstatistiker stellt sich das Problem, aus der Vielzahl der entwickelten Indexformeln diejenige auszuwählen, bei der die Verzerrung möglichst gering ist. Von den verschiedenen Auswahlkriterien, die hierzu abgeleitet worden sind, sollen diejenigen von FISHER, der sich wie kein anderer Statistiker mit der Analyse und Messung des Formelfehlers beschäftigte, kurz dargestellt werden.¹⁾

Für die Bestimmung der Idealindexformel benutzte FISHER zwei Tests, die Zeitumkehr- und die Faktorumkehrprobe. Die Formel für die Zeitumkehrprobe lautet:

$$P_{Ot} \cdot P_{tO} = 1 \quad ^2). \quad (4.1)$$

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so entsteht ein Fehler F_1 und zwar in der Größe

$$F_1 = P_{Ot} \cdot P_{tO} - 1. \quad (4.2)$$

Für den zweiten Test, die Faktorumkehrprobe, entwickelte FISHER folgende Formel:

$$P_{Ot} \cdot Q_{Ot} = V_{Ot}, \quad (4.3)$$

wobei Q_{Ot} einen Mengenindex und V_{Ot} einen Wertindex darstel-

1) Vgl. zu den folgenden Ausführungen B.D. MUDGETT: A.a.O., S. 47-48.

2) Der in der amtlichen Statistik häufig verwendete Preisindex nach LASPEYRES erfüllt diese Bedingung nicht, denn es gilt im allgemeinen:

$$\frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_0 q_t}{\sum p_t q_t} \neq 1.$$

len. Analog Gleichung (4.2) läßt sich der Fehler F_2 , der bei Nichterfüllung dieser Bedingung entsteht, durch folgende Beziehung ausdrücken:

$$F_2 = \frac{P_{Ot} \cdot Q_{Ot}}{V_{Ot}} - 1. \quad (4.4)$$

Solche Indexformeln, die nach den soeben angegebenen Kriterien nur geringe Fehler aufweisen, erhalten von FISHER das Prädikat "sehr gut" oder "ausgezeichnet"; er bezeichnet die Indexformel, die seine beiden Tests vollständig erfüllt, als "ideal".

Diese formalmathematische Betrachtungsweise unterliegt seit ihrem Bekanntwerden heftiger Kritik und wird von den meisten Indextheoretikern abgelehnt.¹⁾ Außerdem sind neben den formalmathematischen Kriterien für die Wahl der Indexformel noch andere Gesichtspunkte von Bedeutung. So betont BLEYMÜLLER:²⁾

"... die Indexformel stellt nur eine einzige Komponente bei der Indexkonstruktion dar; ebenso wichtig sind beispielsweise Aktualität, gute Repräsentation des Marktes und gute sachliche Interpretierbarkeit."

4.4 Der Korrekturfehler³⁾

Moderne Volkswirtschaften sind dadurch charakterisiert, daß sie sich in einem kontinuierlichen Prozeß der Weiterentwick-

1) Vgl. hierzu z.B. G. HABERLER: Der Sinn der Indexzahlen. Tübingen: Verlag von J.C.B. Mohr, 1927. S. 64-69. .

2) J. BLEYMÜLLER: A.a.O., S. 52.

3) Diese Fehlerkomponente deckt sich im wesentlichen mit dem von MUDGETT beschriebenen "Homogenitätsfehler"; vgl. B.D. MUDGETT: A.a.O., S. 54-56.

lung befinden, der sämtliche Wirtschaftsbereiche umfaßt. So vollzieht sich auch auf dem Konsumgütersektor ein ständiger Wandel, der in erster Linie durch den technischen Fortschritt ausgelöst wird. Durch Anwendung neuer Produktionsmethoden kommen neuartige Güter auf den Markt, und bereits vorhandene Güter werden ständig verbessert. Diese Dynamik findet ihren Ausdruck in einer fortlaufenden Änderung der Verbrauchsgewohnheiten der privaten Haushalte und kann deshalb auch bei der Berechnung des Preisindex nicht übersehen werden, sofern die Preisentwicklung der Konsumgüter wirklichkeitsnah dargestellt werden soll.¹⁾

Im vorausgegangenen Abschnitt wurde unterstellt, daß anstelle des nicht bestimmbaren w a h r e n Werts des Preisindex für die Lebenshaltung $I_{P_{Ot}}$ der Näherungswert $L_{P_{Ot}}^*$ berechnet werden könnte. Dieser Wert wäre mit Hilfe einer berichtigten LASPEYRES-Formel zu ermitteln; diese Berichtigung wäre deshalb notwendig, weil nur so die Fluktuation auf dem Konsumgütersektor Berücksichtigung finden kann. Das Indexmodell nach LASPEYRES müßte so erweitert werden, daß durch entsprechende Korrekturen der Indexformel sowohl neu auf den Markt gekommene Güter in den Index aufgenommen als auch

1) Streng genommen ist das veränderte Angebot an Konsumgütern nicht die einzige Veränderung, die es zu berücksichtigen gilt. Daneben ist ein fortwährender Wechsel in den Einkaufsquellen der privaten Haushalte zu beobachten. Möglichkeiten, dieser Fluktuation im Index Rechnung zu tragen, werden bei A. HURWITZ (Constants and compromises in the Consumer Price Index. Journal of the American Statistical Association, 57 (1962), 819) und bei A. BASU (Consumer price index numbers - some estimation problems in prices. Indian Labour Journal, 1960, 934) besprochen.

Qualitätsveränderungen mit einbezogen werden könnten. Da jedoch alle bisher entwickelten Berichtigungsverfahren nur unvollkommen geeignet sind, diese Veränderungen fehlerfrei zu erfassen, ist der tatsächlich berechnete Wert $\hat{L}_{Ot}^*$ wiederum nur eine Approximation für den Näherungswert L_{Ot}^* . Die dabei auftretende Differenz $\{\hat{L}_{Ot}^* - L_{Ot}^*\}$ drückt den Fehler aus, der durch mangelhafte Korrekturen der Indexformel entsteht. Er soll deshalb als "Korrekturfehler"¹⁾ bezeichnet werden.

Die Art der Berichtigungsverfahren ergibt sich aus der gestellten Aufgabe, entweder neue Elemente in den Index aufzunehmen bzw. alte, nicht mehr marktgängige Waren zu streichen oder qualitative Veränderungen der Konsumgüter zu berücksichtigen.

Das bekannteste Verfahren für die Erweiterung bzw. Einengung des Indexschemas ist die Verkettungsmethode. Eine Verkettung von Indizes liegt dann vor, wenn der Index $\hat{L}_{Ot}^*$ nach der Formel

$$\hat{L}_{Ot}^* = L_{O1}^P \cdot L_{12}^P \cdot \dots \cdot L_{t-1,t}^P \quad (4.5)$$

berechnet wird, wobei $L_{t-1,t}^P$ den Index für die Periode t bezogen auf die ihr unmittelbar vorhergehende Periode $t-1$ bedeutet.²⁾ Wird diese Verkettung - wie im vorliegenden Fall -

1) In der englischsprachigen Literatur wird diese Fehlerkomponente üblicherweise mit "procedural error" bezeichnet.

2) Diese und eine weitere Methode wird ausführlich dargestellt bei J. PFANZAGL: Allgemeine Methodenlehre der Statistik. Band I. 3. neubearbeitete Auflage. Berlin: Walter de Gruyter & Co, 1966. S. 75-78.

bei Indizes nach LASPEYRES vorgenommen, so kann - wie leicht zu zeigen ist - der Wert $\hat{P}_{0t}^*$ erheblich von P_{0t}^* abweichen.¹⁾ Somit ist die Verkettungsmethode ein wenig befriedigendes Verfahren, die Preisentwicklung der sich verändernden Grundgesamtheit der Konsumgüter wirklichkeitsgetreu darzustellen. Deswegen haben sich bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt verschiedene Autoren immer wieder mit dem Problem der Indexkorrektur beschäftigt. Beispielsweise schlägt BASU vor, daß, falls ein Konsumgut des Verbrauchskatalogs gestrichen wird, dessen Gewicht entweder ganz einem anderen im Index enthaltenen Element zuzuweisen oder proportional zu den bisherigen Anteilen am Gesamtgewicht auf alle anderen Elemente zu verteilen ist.²⁾

Ebenfalls preisstatistisch schwierig zu erfassen sind Änderungen in der Beschaffenheit der Ware selbst. Schwierig deshalb, weil es keinen einwandfreien Maßstab gibt, *Q u a l i t ä t s ä n d e r u n g e n* zu quantifizieren.³⁾ Für die Darstellung der reinen Preisveränderungen ist es jedoch notwendig, die Preisreihen von solchen vergleichsstörenden Elementen zu bereinigen. Die rechnerische Ausschaltung der Auswirkung der Qualitätsänderungen auf die Preise kann neben der bereits erwähnten Verkettungsmethode nach verschiedenen

1) Vgl. hierzu die zusammenfassende Darstellung bei R.G.D. ALLEN: A.a.O., 286-288.

2) Die formelmäßige Ableitung dieser beiden Modelle wird dargestellt bei A. BASU: Consumer price index numbers - some estimation problems in prices, a.a.O., 927-929.

3) Vgl. J. KELLER: Zur Praxis des zeitlichen Vergleichs bei der Ermittlung von Preisreihen. Wirtschaft und Statistik, 1961, 622.

weiteren Verfahren vorgenommen werden.¹⁾ Wenn auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit die einzelnen Modelle nicht betrachtet werden können, so soll doch nicht unerwähnt bleiben, daß keines der Verfahren die durch Qualitätsänderungen bedingten Fehlerquellen bei der Indexberechnung vollständig auszuschalten vermag.

Deshalb wird in dieser Arbeit auf jegliches Korrekturverfahren verzichtet und in den folgenden Betrachtungen über die Stichprobengenauigkeit des Preisindex für die Lebenshaltung das im Abschnitt 3.1 gewählte Indexmodell nach LASPEYRES zugrunde gelegt. Der Korrekturfehler läßt sich dann durch die Differenz $[I_{Ot}^P - I_{Ot}^{*P}]$ ausdrücken.²⁾

-
- 1) Die wichtigsten Korrekturmethode werden ausführlich bei A. BASU (Consumer price index numbers - some estimation problems in prices, a.a.O., 930-934) beschrieben.
 - 2) Verständlicherweise konnten in diesem Abschnitt nur die wesentlichsten Probleme kurz angeschnitten werden, obwohl die Berücksichtigung qualitativer Veränderungen im Rahmen der Preisstatistik von grundlegender Bedeutung für den Aussagegehalt des Preisindex der Lebenshaltung ist. CLAGUE schreibt in diesem Zusammenhang (vgl. United States: Government Price Statistics - Hearings before the Subcommittee on Economic Statistics of Joint Economic Committee, Congress of the United States, 87 Congress, First Session, Part 2. Washington (D.C.): Government Printing Office 1961. S. 588; Übersetzung):
"Die Behandlung von Qualitätsänderungen bei Indexzahlen, die ... Preisveränderungen ... messen, ist wahrscheinlich das verwickelteste und beschwerlichste Problem, mit dem Indextheoretiker fertig werden müssen."
Von den zahlreichen Veröffentlichungen, die sich mit diesem Gebiet beschäftigen, soll nur die grundlegende Darstellung von E.v. HOFSTEN (Price Indexes and Quality Changes. Stockholm: Bokförlaget Forum AB, 1952. 136 S.) erwähnt werden.

4.5 Der Stichprobenfehler

Die Größe des Gesamtfehlers hängt letztlich noch von einer weiteren Fehlerkomponente ab, nämlich von dem Stichprobenfehler. Dieser soll im weiteren Verlauf der Untersuchung im Mittelpunkt der Betrachtung stehen.

Wie aus den bisherigen Ausführungen zu ersehen ist, werden die für die Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung erforderlichen Daten durch ein kompliziertes System von Stichproben ermittelt.¹⁾ Ein Stichprobenfehler ist deshalb also nicht zu vermeiden. Wählt man im Gegensatz zur gegenwärtigen Praxis der Bundesrepublik Deutschland die Elemente nach dem Zufallsprinzip aus, so hat man die Möglichkeit, den Stichprobenfehler als Zufallsfehler der Größe nach zu bestimmen.²⁾ In dieser Tatsache liegt der entscheidende Vorteil der zufallsgesteuerten Auswahlverfahren gegenüber der in der amtlichen Statistik noch weitgehend vertretenen bewußten Auswahl, die es nicht gestattet, eine mathematisch scharf umrissene Aussage darüber zu machen, mit welcher Genauigkeit die Teilerhebungen den wahren Sachverhalt wiedergeben.³⁾

1) Vgl. O. MORGENSTERN: A.a.O., S. 191.

2) Bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt werden bis auf eine Ausnahme die Daten für alle, dem Verfasser bekannten, amtlichen Preisindizes der Lebenshaltung durch bewußte Auswahl gewonnen. Nur das U.S. BUREAU of LABOR STATISTICS verwendet zufallsgesteuerte Auswahlverfahren bei der Konstruktion des Consumer Price Index; vgl. United States: A.a.O., Part 2, S. 592. Vgl. außerdem M. WILKERSON: Sampling error in the Consumer Price Index. Journal of the American Statistical Association, 62 (1967), 900.

3) Vgl. H. KELLERER: Theorie und Technik des Stichprobenverfahrens (Einzelschrift der Deutschen Statistischen Gesellschaft, Heft Nr. 5). 3. Auflage. München: 1963. S. 11.

Der gesuchte Preisindex für die Lebenshaltung $L^{P_{Ot}}$ könnte nur durch eine Vollerhebung bestimmt werden. Da mit vertretbarem finanziellen Aufwand eine solche Erhebung nicht zu realisieren wäre, ist der Statistiker statt dessen auf Stichprobenverfahren angewiesen. Der hierdurch ermittelte Schätzwert $L^{\hat{P}_{Ot}}$ ist eine Zufallsvariable, da sein Wert von Stichprobe zu Stichprobe schwanken kann. Der Schätzwert $L^{\hat{P}_{Ot}}$ ist dann erwartungstreu, wenn der Erwartungswert von $L^{\hat{P}_{Ot}}$, also $E(L^{\hat{P}_{Ot}})$, dem gesuchten Index $L^{P_{Ot}}$ entspricht. Es gilt somit:

$$E(L^{\hat{P}_{Ot}}) = L^{P_{Ot}}. \quad (4.6)$$

Unter dieser Voraussetzung läßt sich der Stichprobenfehler durch die Differenz $[L^{\hat{P}_{Ot}} - L^{P_{Ot}}]$ darstellen.

4.6 Der Gesamtfehler

Der Gesamtfehler des Preisindex für die Lebenshaltung ergibt sich aus der Summe der bisher getrennt betrachteten Einzelfehler. Setzt man voraus, daß die Ausgangsdaten fehlerfrei erhoben werden können, so gilt:¹⁾

$$[L^{\hat{P}_{Ot}} - L^{P_{Ot}}] = [L^{\hat{P}_{Ot}} - L^{P_{Ot}}] + [L^{P_{Ot}} - L^{P^*_{Ot}}] + [L^{P^*_{Ot}} - L^{P_{Ot}}], \quad (4.7)$$

wobei Klammerausdruck 1 auf der rechten Seite der Gleichung den Stichprobenfehler, Klammerausdruck 2 den Korrekturfehler und Klammerausdruck 3 den Formelfehler bezeichnen.

1) Vgl. hierzu P.J. McCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 211.

Diese Beziehung läßt sich unter der Annahme vereinfachen, daß auf die Berechnung des Idealindex I_{Ot}^P und damit auch auf die Bestimmung des Formelfehlers verzichtet wird, da es weder eine allgemein anerkannte Indexformel gibt, mit der man den wahren Wert I_{Ot}^P des Preisindex für die Lebenshaltung ermitteln könnte, noch irgendein praktischer Ansatz besteht, der es ermöglichen würde, den Formelfehler abzuschätzen.

Der Gesamtfehler - ausgedrückt durch die Differenz

$$[I_{Ot}^{\hat{P}} - I_{Ot}^{P*}] - \text{ergibt sich dann nach der Formel:}$$

$$[I_{Ot}^{\hat{P}} - I_{Ot}^{P*}] = [I_{Ot}^{\hat{P}} - I_{Ot}^P] + [I_{Ot}^P - I_{Ot}^{P*}] \quad (4.8)$$

Die rechnerische Ermittlung des Gesamtfehlers eines Stichprobenergebnisses kann über den mittleren quadratischen Gesamtfehler erfolgen. Diese Maßzahl läßt sich folgendermaßen darstellen:

Mittlerer quadratischer Gesamtfehler =

Varianz + (systematische Fehler oder Verzerrung)².

Der hier zu ermittelnde mittlere quadratische Gesamtfehler

$MQF(I_{Ot}^{\hat{P}})$ ergibt sich nach der Formel:

$$\begin{aligned} MQF(I_{Ot}^{\hat{P}}) &= E[I_{Ot}^{\hat{P}} - I_{Ot}^{P*}]^2 \\ &= E[I_{Ot}^{\hat{P}} - I_{Ot}^P]^2 + [I_{Ot}^P - I_{Ot}^{P*}]^2 \\ &= V(I_{Ot}^{\hat{P}}) + (\text{Korrekturfehler})^2, \end{aligned} \quad (4.9)$$

wobei $V(I_{Ot}^{\hat{P}}) = E[I_{Ot}^{\hat{P}} - I_{Ot}^P]^2$ die Varianz von $I_{Ot}^{\hat{P}}$ ist.¹⁾

1) Weil die Daten, die für die Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung erforderlich sind, nur durch ein System von Stichproben gewonnen werden können, hat man es nicht nur mit einem einzigen, sondern mit mehreren Stichprobenfehlern zu tun. Die oben angegebene Varianz $V(I_{Ot}^{\hat{P}})$ soll deshalb ein Maß für den Gesamtstichprobenfehler des Schätzwertes $I_{Ot}^{\hat{P}}$ darstellen.

Gleichung (4.9) besagt, daß sich der Gesamtfehler, ausgedrückt durch den mittleren quadratischen Gesamtfehler, aus der Varianz von $\hat{P}_{Ot}$ und dem Quadrat des Korrekturfehlers zusammensetzt.

Neben dem absoluten Fehler des Preisindex für die Lebenshaltung interessiert in erster Linie noch der Beitrag der einzelnen Fehlerarten zum Gesamtfehler. Der Preisstatistiker hat sich, anders ausgedrückt, die Frage nach dem Verhältnis der beiden Teilfehler zu stellen.

Eine entsprechende, von McCARTHY¹⁾ durchgeführte Untersuchung, der seinen Berechnungen das von v. HOFSTEN²⁾ zusammengetragene Datenmaterial für den Schwedischen Lebenshaltungskostenindex zugrunde legt, ergab folgendes Ergebnis:

$$\begin{aligned} MQF(\hat{P}_{L1946, 1949}) &= V(\hat{P}_{L1946, 1949}) + (\text{Korrekturfehler})^2 \\ &= 0,2 \quad \quad \quad + 2,6^2 \\ &= 6,96. \end{aligned}$$

Die numerischen Werte für die Varianz von $\hat{P}_{Ot}$ ³⁾ und den Korrekturfehler können - wie McCARTHY⁴⁾ selbst feststellt - nur als grobe Approximation für die wahren Werte angesehen werden.

Auf die Darstellung der rechnerischen Ermittlung des Stich-

1) Vgl. P.J. McCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 212-215.

2) Vgl. E.v. HOFSTEN: Price Indexes and Quality Changes, a.a.O., S. 75-82.

3) Bei dem angegebenen Wert für die Varianz $V(\hat{P}_{Ot})$ ist zu beachten, daß sie nur den durch die Auswahl der Konsumgüter verursachten Stichprobenfehler zum Ausdruck bringt.

4) Vgl. P.J. McCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 215.

probenfehlers kann hier verzichtet werden, da darauf noch ausführlich in den Kapiteln 7, 8 und 9 eingegangen wird. Die Bestimmung des Korrekturfehlers soll jedoch an dieser Stelle kurz gezeigt werden, weil diese auch vom methodischen Standpunkt interessant ist.

V. HOFSTEN¹⁾ versuchte durch zwei unterschiedliche Berichtigungsverfahren die Qualitätsänderungen der im Index enthaltenen Konsumgüter zu berücksichtigen. So ergab sich für den Preisindex für die Lebenshaltung bei Anwendung des einen Korrekturverfahrens ein Wert $L_{1946,1949}^{\hat{P}^{(1)}} = 109,2$, bei Anwendung der anderen Methode ergab sich $L_{1946,1949}^{\hat{P}^{(2)}} = 106,6$. Da der Wert $L_{Ot}^{P^*}$ praktisch nicht bestimmt werden kann und damit auch der Korrekturfehler unbekannt bleibt, wird die Differenz $[L_{1946,1949}^{\hat{P}^{(1)}} - L_{1946,1949}^{\hat{P}^{(2)}}]$ als Approximation für die gesuchte Abweichung $[L_{1946,1949}^{\hat{P}^*} - L_{1946,1949}^{P^*}]$ angesehen.

Obwohl für die gesuchten Werte nur Approximationen berechnet werden konnten, läßt sich folgende Schlußfolgerung aus dem erhaltenen Ergebnis ziehen: Da der Stichprobenfehler nur einen unerheblichen Teil zur Gesamtabweichung beiträgt, besteht der Gesamtfehler im wesentlichen aus dem Korrekturfehler. Das Verhältnis zwischen Stichproben- und Korrekturfehler ändert sich auch dann nicht entscheidend, wenn die Zahl der im Index enthaltenen Konsumgüter erheblich verringert

1) Vgl. E.v. HOFSTEN: Price Indexes and Quality Changes, a.a.O., S. 72-83.

wird, und sich der Stichprobenfehler aufgrund des verkleinerten Stichprobenumfangs erhöht.¹⁾

Deshalb ergab sich eine wissenschaftliche Kontroverse, als die ersten Versuche zur Berechnung des Stichprobenfehlers unternommen wurden. Bei diesem "Fehlerstreit" ging es um die berechnete Frage, ob es überhaupt sinnvoll ist, den Stichprobenfehler des Preisindex für die Lebenshaltung abzuschätzen.

Aus der Zusammensetzung des Gesamtfehlers folgerten verschiedene Autoren, daß keine Notwendigkeit bestehe, den Stichprobenfehler des Index zu berechnen. So schreibt JAFFE in diesem Zusammenhang:²⁾

"Statistiker, die sich fragen, wie gut der Preisindex für die Lebenshaltung die Preisbewegung des Warenkorbs von Lohnempfängern mißt, haben oft die Stichprobengenauigkeit dieses Index im Sinn. Ich muß ihnen bedauernd antworten, daß, während wir glauben, daß der Preisindex für die Lebenshaltung für praktische Zwecke mit ausreichender Genauigkeit ein Meßinstrument für Preisveränderungen darstellt, wir eine statistische Maßzahl für seine Genauigkeit nicht angeben können. Bevor dazu die Gründe im einzelnen angeführt werden, möchte ich feststellen, daß ich diesen Mangel für nicht sehr wichtig ansehe. Die Beschaffenheit der Preisdaten ist weitaus wichtiger für das Verhalten und die Genauigkeit eines Preisindex. Ich befürchte, daß eine Maßzahl für den Stichprobenfehler, die die Probleme der Preismessung und -vergleiche außer acht läßt, einen falschen Eindruck an Genauigkeit hinterläßt und ihre eigentliche Absicht zunichte macht."

Als weiterer Einwand gegen die Berechnung des Stichprobenfehlers wird angeführt, daß es aus theoretischen Gründen völlig unmöglich ist, die Stichprobengenauigkeit des Preis-

1) Vgl. hierzu die Berechnungen bei P.J. McCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 216.

2) S.A. JAFFE: A.a.O., S. 193. (Übersetzung.)

index für die Lebenshaltung zu bestimmen.¹⁾ Für eine Auswahl der Elemente nach dem Zufallsprinzip müssen die dem Preisindex für die Lebenshaltung zugrunde liegenden Gesamtheiten genau abgegrenzt sein. Diese Forderung bereitet bereits in der Basisperiode Schwierigkeiten. So kann z.B. der Katalog sämtlicher Konsumgüter nur teilweise aus den Ergebnissen der Verbrauchserhebungen festgelegt werden, oder die Gesamtheit sämtlicher Einkaufsquellen der privaten Haushalte ist nur schwer zu ermitteln. Je weiter jedoch die Berichtsperiode, für die der Preisindex für die Lebenshaltung die Preisentwicklung darstellen soll, von der Basisperiode entfernt liegt, um so größer werden die Veränderungen in den einzelnen Gesamtheiten sein. Der Auffassung, daß dieser ständige Wandel die Stichprobentheorie überfordert, stimmt v. HOFSTEN mit folgenden Worten zu:²⁾

"Meine Schlußfolgerung ... ist, daß so etwas wie eine statistische Genauigkeit für einen Preisindex nicht besteht. Versuche, den Index durch Anwendung der modernen Stichprobentheorie nach statistischen Kriterien zu definieren, beweisen nur, daß keine brauchbare Lösung zur Verfügung steht. Man kann deshalb genau so gut die alte Praxis beibehalten und den Preisindex nach operationalen Kriterien festlegen und darauf verzichten, Standardfehler anzugeben."

Mit diesen Ansichten sind zahlreiche Autoren nicht einverstanden. BANERJEE, der sich als einer der ersten mit der statistischen Genauigkeit des Preisindex für die Lebenshal-

1) Vgl. United States: Government Price Statistics - Hearings before the Subcommittee on Economic Statistics of Joint Economic Statistics Committee, Congress of the United States, 87 Congress, First Session, Part 1. Washington (D.C.): Government Printing Office, 1961. S. 40.

2) E.v. HOFSTEN: Price indexes and sampling. Sankhya, 21 (1959), 403. (Übersetzung.)

tung beschäftigte, stellt hierzu fest:¹⁾

"Es scheint, daß man diesem Genauigkeitsgesichtspunkt nicht die Aufmerksamkeit geschenkt hat, die er verdient hätte, insbesondere deshalb, weil es manchmal Verwirrung hervorruft, wenn verschiedene Organisationen für den Preisindex für die Lebenshaltung, den sie für das gleiche Gebiet und die gleiche Verbrauchergruppe berechnen, verschiedene Ergebnisse erhalten. Zahlenmäßige Abweichungen für den gleichen Index könnten richtig beurteilt werden, wenn der Auswahlrahmen (die Art der Stichprobe oder die Auswahltechnik) und Fehlerschätzungen zur Verfügung gestellt würden. Da solche Angaben fehlen, kommt es zu Meinungsverschiedenheiten, die auf Verwaltungsebene Schwierigkeiten hervorrufen."

Eine andere Verfechterin dieser Meinung ist ADELMAN; sie schreibt zu diesem Problem:²⁾

"... die Anwendung von Zufallsstichproben bei der Konstruktion eines Index hat verschiedene, ausgeprägte Vorteile gegenüber der bisherigen Methode der bewußten Auswahl."

Ohne auf alle Argumente dieser Diskussion erschöpfend einzugehen, lassen sich als wesentlichste Erkenntnisse folgende Gesichtspunkte herausstellen:

Untergeordnete Bedeutung spielt der Stichprobenfehler dann, wenn es das Ziel ist, die Höhe des Preisniveaus der Konsumgüter - ausgedrückt durch den Wert $L^{\hat{P}}_{Ot}$ des Preisindex für die Lebenshaltung - zu verschiedenen Zeitpunkten zu messen. In diesem Fall besteht der Gesamtfehler $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{P*}_{Ot}]$ - wie die Berechnung von McCARTHY gezeigt hat - im wesentlichen aus dem Korrekturfehler. Somit kann die Genauigkeit des Index nur erhöht werden, wenn die bisher bekannten Kor-

1) K.S. BANERJEE: Precision in the construction of cost of living index numbers. Sankhya, 21 (1959), 393. (Übersetzung.)

2) I. ADELMAN: A new approach to the construction of index numbers. The Review of Economic and Statistics, 40 (1958), 246-247. (Übersetzung.)

rekturverfahren, um sowohl neu auf dem Markt gekommene Elemente in den Index aufzunehmen als auch die Qualitätsänderungen der Konsumgüter zu berücksichtigen, so verbessert werden, daß der Korrekturfehler auf ein Minimum reduziert wird.

Stellt sich der Preisstatistiker jedoch die Aufgabe, kurzfristige Veränderungen des Preisniveaus der Konsumgüter - ausgedrückt durch die Differenz $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}]$, wobei $L^{\hat{P}}_{O,t-1}$ der auf Stichprobenbasis ermittelte Wert des Preisindex zum Zeitpunkt $t-1$ ist - zu messen, gewinnt der Stichprobenfehler erheblich an Bedeutung.¹⁾

Auch diesmal läßt sich der Gesamtfehler $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}] - [L^{P*}_{Ot} - L^{P*}_{O,t-1}]$, wobei $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}]$ einen Schätzwert für die gesuchte Veränderung $[L^{P*}_{Ot} - L^{P*}_{O,t-1}]$ darstellt, in einzelne Komponenten aufspalten. Unter den bisher getroffenen Annahmen, d.h. unter Verzicht auf Berücksichtigung des Formelfehlers und bei Anwendung eines unverzerrten Schätzverfahrens, gilt:²⁾

$$[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}] - [L^{P*}_{Ot} - L^{P*}_{O,t-1}] = [L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{P*}_{Ot}] - [L^{\hat{P}}_{O,t-1} - L^{P*}_{O,t-1}] + [L^{P*}_{Ot} - L^{P*}_{O,t-1}] - [L^{P*}_{Ot} - L^{P*}_{O,t-1}] \quad (4.10)$$

In Gleichung (4.10) bezeichnen Klammerausdruck 1 bzw. 2 auf der rechten Seite den Stichprobenfehler zum Zeitpunkt t bzw. $t-1$ und Klammerausdruck 3 bzw. 4 stellen den Korrekturfehler

1) Vgl. United States: A.a.O., Part 1, S. 41; ebenso O. MORGENSTERN: A.a.O., S. 192.

2) Vgl. P.J. McCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 217.

zum Zeitpunkt t bzw. $t-1$ dar. Sofern die Zeitpunkte $t-1$ und t nahe aufeinanderfolgen, werden die Differenzen der letzten beiden Klammerausdrücke verschwindend klein; somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} [L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}] - [L^{P*}_{Ot} - L^{P*}_{O,t-1}] \sim \\ [L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{P_{O,t}}] - [L^{\hat{P}}_{O,t-1} - L^{P_{O,t-1}}]. \quad (4.11) \end{aligned}$$

Nach Gleichung (4.11) hängt die Genauigkeit der Schätzung $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}]$ nur noch vom Umfang des Stichprobenfehlers ab. Unter diesem Gesichtspunkt ist auch der Behauptung ADELMANs zuzustimmen, daß der Preisindex für die Lebenshaltung Preisbewegungen anzeigen kann, obwohl die Marktpreise konstant geblieben sind¹⁾. Solche Indexveränderungen können allein darauf zurückgeführt werden, daß die notwendigen Daten durch Teilerhebungen gewonnen werden, und deshalb der Index Zufallsschwankungen unterliegt. Erst durch die Abschätzung des Stichprobenfehlers ist man in der Lage festzustellen, ob diese Veränderungen signifikant sind oder nicht.

Es ist das Ziel der vorliegenden Arbeit, die methodischen Grundlagen für eine Berechnung des Stichprobenfehlers aufzuzeigen. Voraussetzung hierfür ist jedoch stets, daß alle in den Index eingehenden Daten durch Zufallsauswahlverfahren gewonnen werden. Die kurze Zusammenfassung im folgenden Kapitel soll deshalb zunächst einen Überblick über die zahlreichen Auswahlmöglichkeiten geben.

1) Vgl. J.C. SAWHILL: A.a.O., 10.

5. Kapitel

DAS AUSWAHLPROBLEM BEIM PREISINDEX FÜR DIE LEBENSHALTUNG

5.1 Die Notwendigkeit von Teilerhebungen

Ähnlich wie bei dem überwiegenden Teil aller Indexzahlen ist es auch bei dem Preisindex für die Lebenshaltung nicht möglich, mit vertretbarem finanziellen Aufwand alle zugrundeliegenden Gesamtheiten vollständig zu erheben. So wäre eine Vollerhebung sämtlicher Einkäufe von Waren und Dienstleistungen der Lebenshaltung, die von Wirtschaftssubjekten einer genau festgelegten Konsumentengruppe innerhalb eines bestimmten Zeitraumes in verschiedenen Geschäften oder anderen Einkaufsquellen getätigt werden, völlig ausgeschlossen. Der Preisstatistiker beschränkt sich deshalb auf Teilerhebungen, die neben dem bereits erwähnten Vorteil der Kostenersparnis auch eine größere Aktualität des Index gewährleisten. Nur am Rande sei vermerkt, daß die systematischen Fehler des Preisindex für die Lebenshaltung bei einer Vollerhebung größer als bei einer Stichprobenerhebung sein können, da diese Fehler im Gegensatz zu den Zufallsfehlern im allgemeinen keine Ausgleichstendenz bei Vergrößerung des Materials zeigen. Systematische Fehler entstehen im wesentlichen durch Mängel in der Erhebungstechnik und durch Abgrenzungsschwierigkeiten bei den Erhebungsgesamtheiten.¹⁾

1) Vgl. Statistisches Bundesamt: Stichproben in der amtlichen Statistik. A.a.O., S. 21.

In den nachfolgenden Kapiteln wird im einzelnen noch ausführlich zu untersuchen sein, wie man die Zufallsauswahlen, durch die man ein verkleinertes, aber sonst wirklichkeitsgetreues Abbild der zu untersuchenden Gesamtheiten erhalten möchte, realisieren kann. Zunächst sollen zum besseren Verständnis die wichtigsten Auswahlmöglichkeiten kurz besprochen werden.

5.2 Ein Überblick über die Auswahlmöglichkeiten

Wie die bisherigen Ausführungen bereits zeigten, genügt es wegen der Vielschichtigkeit des zu untersuchenden Sachverhalts nicht, sich auf eine einzige Teilerhebung zu beschränken, vielmehr ist ein ganzes System von Stichproben erforderlich, um das notwendige Datenmaterial zu erhalten.¹⁾ Als wesentlichste Auswahlmöglichkeiten sind zu nennen:

a) Die Auswahl der privaten Haushalte

Der Preisindex für die Lebenshaltung setzt sich bekanntlich aus dem Wägungsschema und den Preismeßzahlen zusammen. Beide Komponenten erfordern eine gründliche Verbrauchsforschung in den privaten Haushalten. So kann ein sinnvolles Wägungsschema nur empirisch durch eine Erhebung des Verbrauchs der privaten Haushalte gefunden werden; außerdem kann der Preisstatistiker nur dann eine gute Auswahl der Konsumgüter treffen, wenn die Auswahlgrundlage, d.h. der Verbrauchskatalog,

1) Vgl. hierzu auch P.J. McCARTHY: Sampling Considerations..., a.a.O., S. 198-199.

aus den tatsächlichen Verbrauchsstrukturen abgeleitet worden ist.

Somit sind die Verbrauchserhebungen, die wegen der begrenzten finanziellen Mittel nur in einem kleinen Teil aller privaten Haushalte erfolgen können, eine wichtige Grundlage für die Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung. Die Informationen, die durch diese Stichprobe gewonnen werden, sind die Basis für alle weiteren Auswahlen.

b) Die Auswahl der Konsumgüter

Müßte man eine Reihenfolge der Wichtigkeit der einzelnen Auswahlsschritte treffen, so hätte die Auswahl der Konsumgüter an vorderster Stelle zu stehen. Dieser Auswahl kommt so große Bedeutung zu, daß die Stichprobengenauigkeit des Index im wesentlichen von dieser Auswahlstufe abhängt. Da im 7. Kapitel sämtliche bei der Auswahl der Konsumgüter auftretenden Probleme eingehend dargestellt werden, soll an dieser Stelle auf weitere Ausführungen verzichtet werden.

c) Die Auswahl der Preisberichtsstellen

Die Preise für die im Index erfaßten Waren und Dienstleistungen werden bekanntlich nicht unmittelbar bei den Verbrauchern erfragt, sondern durch Preisermittler bei den Einkaufsquellen der privaten Haushalte erfaßt. Somit wird eine weitere Auswahl notwendig, und zwar muß aus der Vielzahl der infrage kommenden Einzelhandelsgeschäfte, Supermärkte, Kaufhäuser, Großhändler und anderer Bezugsquellen ein Teil ausgewählt werden, bei dem dann in regelmäßigen Abständen die Preise erhoben werden. Die Forderung, auch hier eine repräsentative Zufallsstichprobe zu ziehen, erscheint zwar aus theoretischer

Sicht unproblematisch; praktisch ergeben sich aber zahlreiche Schwierigkeiten, die noch ausführlich im 8. Kapitel behandelt werden.

d) Die Festlegung der Zeitpunkte der Preiserhebung

Ein letztes Auswahlproblem entsteht bei der Festlegung der Zeitpunkte, zu denen die Preiserhebung der Konsumgüter in den ausgewählten Preisberichtsstellen erfolgen soll.

Die Anwendung von Zufallsstichproben wäre auch in diesem Zusammenhang denkbar, doch würde der erzielte Effekt in keinem Verhältnis zu dem erhöhten Aufwand stehen. Dieser wäre dadurch bedingt, weil der Auswahlplan zusätzliche Informationen erfordert, wie z.B. detaillierte Angaben über die Einkaufsgewohnheiten der privaten Haushalte, insbesondere über das Einkaufsvolumen an den einzelnen Tagen des Monats.¹⁾

Da außerdem die Preiserhebung wegen der hohen Kosten nur einmal während einer Periode erfolgen kann, ist es sinnvoller, diesen Zeitpunkt nach Zweckmäßigkeitsgesichtspunkten festzulegen. So werden z.B. in der Bundesrepublik Deutschland die Preise jeweils am 15. eines jeden Monats erhoben. Eine Fehlerquelle birgt auch dieses Vorgehen in sich. Ein konstant beibehaltener Zeitpunkt fällt auf verschiedene Wochentage. Unterliegen die Preise der Konsumgüter einem bestimmten Wochenzyklus - es kommen häufig Werbeangebote und ähnliche Sonderangebote in der zweiten Wochenhälfte auf den Markt - so kann ein völlig einwandfreier zeitlicher Preisvergleich

1) Vgl. A. BASU: Consumer price index numbers - sampling problems in prices. Indian Labour Journal, 1960, 585.

infrage gestellt sein.¹⁾

Trotz der dabei auftretenden Ungenauigkeiten sollten aus finanziellen Erwägungen auch künftig die Zeitpunkte der Preiserhebung durch eine bewußte Auswahl festgelegt werden. Auch den folgenden Ausführungen liegt die Annahme zugrunde, daß die Zeitpunkte durch ein solches Auswahlverfahren bestimmt worden sind. Somit muß auf die Berechnung dieser Komponente des Gesamtstichprobenfehlers verzichtet werden. Da allerdings nicht damit zu rechnen ist, daß durch die Auswahl der Zeitpunkte für die Preiserhebung ein größerer Stichprobenfehler hervorgerufen wird, dürfte dieser Verzicht kaum schwer fallen.

1) Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß bestimmte Waren in ihrem Preisverhalten auch noch einem Tageszyklus unterliegen können. In diesem Fall müßte auch die Tagesstunde festgelegt werden, zu der die Preisermittlung zu erfolgen hat.

6. Kapitel

DIE FEHLERQUELLEN DES WÄGUNGSSCHEMAS

6.1 Die wichtigsten Fehlerarten im einzelnen

Bei der Beurteilung der Genauigkeit des Wägungsschemas unterscheidet man - wie bei jeder Stichprobenstatistik - grundsätzlich zwei Fehlerarten: Den Stichprobenfehler und die systematischen Fehler.

Ein Stichprobenfehler tritt deshalb auf, weil die Daten, die für die Berechnung der Gewichte im einzelnen erforderlich sind, durch eine Stichprobe - nämlich die Verbrauchserhebungen bei den privaten Haushalten - gewonnen werden.

Die systematischen Fehler, die auch bei einer Vollerhebung entstehen würden, haben verschiedene Gründe. Eine Ursache ist darin zu sehen, daß eine Reihe von Haushalten die Antwort verweigern wird, die keineswegs für die Gesamtheit aller Haushalte repräsentativ ist.¹⁾ Da die im Rahmen der Verbrauchserhebungen notwendigen Anschreibungen in den Haushaltungsbüchern mit erheblicher Mühe für die Haushaltsmitglieder verbunden sind, kann bei einem Übergang von der bewußten Auswahl zur Zufallsauswahl der privaten Haushalte der

1) Vgl. Statistisches Bundesamt: Stichproben in der amtlichen Statistik, a.a.O., S. 491.

Non-Response-Fehler erheblich anwachsen. Eine Vergrößerung dieses Fehlers kann allerdings durch Einführung einer gesetzlichen Auskunftspflicht vermieden werden. In diesem Fall wird aber ein Teil der Haushalte nur widerwillig zur Mitarbeit bereit sein, und deshalb kann es zu unbewußten oder bewußten Fehleintragungen kommen.

Außerdem können falsch verstandene Anweisungen zu fehlerhaften Angaben in den Haushaltsbüchern führen. Weiter erhöht sich das Fehlerrisiko dann, wenn nur ein Familienmitglied, das nicht über sämtliche Ausgaben der anderen Familienmitglieder unterrichtet ist, die Anschreibungen vornimmt.¹⁾

Bewußte Fehleintragungen treten immer nur bei einigen bestimmten Konsumgütern auf. So ist es denkbar, daß aus Gründen des Sozialprestiges für Güter des gehobenen Lebensbedarfs bewußt höhere Ausgaben eingesetzt werden. Umgekehrt werden die Ausgaben für Zigaretten oder alkoholische Getränke oftmals zu niedrig angegeben, um so den tatsächlichen Verbrauch vor sich selbst oder den anderen Familienmitgliedern zu verschleiern.²⁾

Soweit die Mitarbeit bei den Verbrauchserhebungen auf freiwilliger Basis beruht, besteht eine weitere Fehlerquelle: Die Mühe, täglich sämtliche Verbrauchsausgaben zu notieren, werden zum Teil nur solche Familien auf sich nehmen, die auch sonst sehr gewissenhaft ihre Verbrauchsausgaben planen.

1) Vgl. A. BASU: Consumer price index numbers - weighting problems. Indian Labour Journal, 1961, 478.

2) Vgl. A. BASU: Consumer price index numbers - weighting problems, a.a.O., 478.

In ihren Verbrauchsgewohnheiten können diese Familien aber vom Durchschnitt abweichen. Es besteht somit die Gefahr, daß die ermittelten Verbrauchsstrukturen für die betreffende Verbrauchergruppe nicht repräsentativ sind.

Keine Auswirkung hätten alle eben erwähnten Verzerrungen auf die Genauigkeit des Preisindex für die Lebenshaltung, wenn die Angaben für alle Waren und Dienstleistungen den gleichen Fehlerumfang aufweisen würden, da mit den Ausgabenanteilen (relative Gewichte) und nicht mit den Ausgabenbeträgen (absolute Gewichte) gewichtet wird.¹⁾ Tatsächlich spielen jedoch die verschiedenen Fehlerquellen für die einzelnen Konsumgüter eine unterschiedliche Rolle; in welcher Weise dadurch der Aussagegehalt des Index geschmälert wird, soll in Abschnitt 6.3 "Die Annahme einer fehlerfreien Gewichtung und ihre Auswirkung auf die Aussagekraft des Preisindex für die Lebenshaltung" eingehend untersucht werden.

6.2 Die Anwendung von Zufallsauswahlverfahren bei den Verbrauchserhebungen

Im Gegensatz zu den systematischen Fehlern, die nur geschätzt werden können, läßt sich der Stichprobenfehler des Wägungsschemas berechnen. Voraussetzung dafür ist - worauf oben schon hingewiesen wurde - daß die in die Untersuchung einbe-

1) Vgl. A. BASU: Consumer price index numbers - weighting problems, a.a.O., 478.

Tabelle 6-1: Verteilung von 400 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen des alleinverdienenden Haushaltsvorstandes auf die einzelnen Schichten proportional zur Wohnbevölkerung am 30.6.1967 in der Bundesrepublik Deutschland¹⁾

Gemeinden mit ... bis unter ... Ein- wohner	Schleswig- Holstein	Hamburg	Nieder- sachsen	Bremen	Nordrhein- Westfalen	Hessen	Rheinland- Pfalz	Baden- Württ.- berg	Bayern	Saarland	Berlin (West)	Insgesamt
20 000 - 50 000	5	-	8	-	35	6	4	13	9	3	-	83
50 000 - 100 000	2	-	6	-	21	2	4	8	8	-	-	51
100 000 - 200 000	-	-	8	2	25	3	6	4	3	2	-	53
200 000 - 500 000	7	-	3	-	34	7	-	8	9	-	-	68
500 000 und mehr	-	25	7	8	40	9	-	9	17	-	30	145
Insgesamt	14	25	32	10	155	27	14	42	46	5	30	400

¹⁾ Als Berechnungsgrundlage wurde verwendet die Verteilung der Wohnbevölkerung nach Gemeindegrößenklassen und Bundesländern am 30.6.1967; Quelle: Statistisches Bundesamt: Statistisches Jahrbuch für die Bundesrepublik Deutschland. Stuttgart/Mainz: W. Kohlhammer GmbH, 1968. S. 33.

zogenen privaten Haushalte nach dem Zufallsprinzip ausgewählt worden sind. Am Beispiel der Wirtschaftsrechnungen der städtischen 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen in der Bundesrepublik Deutschland soll gezeigt werden, wie die zu befragenden Haushalte ausgewählt werden könnten.

Als geeignetes Auswahlverfahren bietet sich eine zweistufige Zufallsauswahl an.¹⁾ Primäreinheiten sind alle Gemeinden mit mindestens 20 000 Einwohnern. Da sich die zu untersuchende Gesamtheit aller privaten Haushalte über das gesamte Bundesgebiet verteilt und mit einem regionalen Einfluß auf die Verbrauchsgewohnheiten zu rechnen ist, muß bereits für die ausgewählten Primäreinheiten eine gute regionale Streuung erreicht werden. Zu diesem Zweck schichtet man die Gemeinden nach Bundesländern und Gemeindegrößenklassen. Nach vollzogener Schichtenbildung wird zunächst die Zahl der aus jeder Schicht auszuwählenden Haushalte (Sekundäreinheiten) bestimmt und zwar proportional zur Einwohnerzahl in dieser Schicht.

In Tabelle 6-1 ist eine solche Aufteilung für einen Stichprobenumfang von $n=400$ Haushalte berechnet worden. Auf die sinnvollere Aufteilung des Stichprobenumfangs in der Weise,

1) Dieses Auswahlverfahren kam bei einer ähnlichen Untersuchung in der Deutschen Demokratischen Republik zur Anwendung; vgl. J. JÄGER: Die Durchführung einer zweistufig geschichteten Zufallsauswahl. Statistische Praxis, 20 (1965), 301.

daß für jede Schicht die Zahl der auszuwählenden Haushalte proportional zu dem Auftreten des betreffenden Haushaltstyps in dieser Schicht bestimmt wird, mußte verzichtet werden, da die hierfür erforderlichen Statistiken bis zum gegenwärtigen Zeitpunkt vom Statistischen Bundesamt nicht zu bekommen sind.¹⁾ Das Ausmaß einer dadurch auftretenden Verzerrung hängt davon ab, inwieweit in jeder Schicht der entsprechende Anteil an der Gesamtwohnbevölkerung von dem entsprechenden Anteil der privaten Haushalte des zu untersuchenden Haushaltstyps abweicht.

Aus den einzelnen Schichten sind nun so viele Gemeinden auszuwählen, wie ihnen zuvor Haushalte zugeordnet worden sind. Dabei ist darauf zu achten, daß die Auswahlchance jeder Gemeinde proportional zu ihrer Einwohnerzahl ist (Sampling With Probability in Proportion to Size). Übersteigt allerdings die Zahl der auszuwählenden Haushalte die Zahl der Gemeinden in einer Schicht, so können nur so viele Gemeinden in die Stichprobe aufgenommen werden, wie in der betreffenden Schicht vorhanden sind.²⁾ Aus Tabelle 6-1 ist zu ersehen,

1) Da bei den bisherigen haushaltsstatistischen Untersuchungen die Merkmalskombination Haushaltseinkommen und Zusammensetzung der 4-Personen-Haushalte nicht erhoben wurde, kann die Gesamtzahl der insgesamt vorhandenen 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen nicht exakt ermittelt werden. Aus den Ergebnissen der 1% Wohnungserhebung 1960 wurde ihr Anteil an der Gesamtzahl aller Haushalte auf 6% bis 7% geschätzt. Allerdings ist dabei die Zusammensetzung der 4-Personen-Haushalte (z.B. nach der Zahl der Einkommensbezieher) noch nicht berücksichtigt. Deshalb ist anzunehmen, daß der genannte Anteil noch geringer ist; vgl. hierzu S. GUCKES: A.a.O., 436-437.

2) Im einzelnen wird die Technik zur Auswahl der Primäreinheiten von J. JÄGER (a.a.O., 302-303) beschrieben.

daß beispielsweise in Bayern in der Gemeindegrößenklasse 500 000 Einwohner und mehr auf der zweiten Stufe 17 Haushalte (Sekundäreinheiten) auszuwählen sind. Da jedoch in dieser Gemeindegrößenklasse nur eine Gemeinde (Primäreinheit) enthalten ist, kann auch nur diese in die Stichprobe kommen.

Auf der zweiten Stufe sind in den ausgewählten Gemeinden nach dem Zufallsprinzip die Haushalte zu bestimmen, die an den laufenden Erhebungen über Wirtschaftsrechnungen privater Haushalte teilnehmen. In der Bundesrepublik Deutschland entstehen auf dieser Auswahlstufe die gleichen Schwierigkeiten wie bei der Aufteilung des Stichprobenumfangs auf die einzelnen Schichten, denn zunächst müßte durch eine Voruntersuchung geklärt werden, welche in der Gemeinde lebenden Haushalte zu dem betrachteten Haushaltstyp gehören.

6.3 Die Annahme einer fehlerfreien Gewichtung und ihre Auswirkung auf die Aussagekraft des Preisindex für die Lebenshaltung

Durch die konsequente Anwendung des Zufallsprinzips auf allen Stufen ließe sich der Genauigkeitsgrad der durch die Verbrauchserhebungen gewonnenen Ergebnisse berechnen¹⁾, d.h. auch der Fehlerbereich des aus den Verbrauchsstrukturen ab-

1) So untersucht W.F.F. KEMSLEY (sampling errors in the family expenditure survey. Applied Statistics, 1966, 1-14) die Größenordnung des Stichprobenfehlers der Wirtschaftsrechnungen privater Haushalte am Beispiel der britischen Family Expenditure Survey.

Tabelle 6-2: Durchschnittliche Monatsausgabe $\bar{a}_i$ mit zugehöriger Standardabweichung s_i und Stichprobenfehler e_i in Prozent des Mittelwerts der i-ten Ausgabenposition¹⁾

	Durchschnittliche monatliche Haushaltsausgaben für Gruppe Nr. 1	$\bar{a}_i$ (in DM-Ost)	s_i (in DM-Ost)	e_i (in DM-Ost)	Stichprobenfehler e_i in Prozent des Mittelwerts $\bar{a}_i$
1	Nahrungsmittel	274,50	47,58	2,94	1
2	Genußmittel	74,42	40,67	2,52	4
3	Bekleidung u. Textilien	103,50	42,50	2,62	3
4	Sonstige Industriewaren	122,92	99,25	6,12	5
5	Reparaturen und Dienstleistungen	108,83	40,75	2,52	2
6	Sonstige Zahlungen	162,75	42,58	2,62	2
7	Erhöhung der Bargeldbestände und Guthaben	52,50	64,92	4,00	8

1) Quelle: Zusammengestellt aus den Ergebnissen von K. GROSSERT: A.a.O., 104.

geleiteten Wägungsschemas könnte abgegrenzt werden. Der hierzu erforderliche Stichprobenplan wäre jedoch wesentlich komplizierter als der bisherige. Deshalb muß geprüft werden, ob der mögliche Gewinn an Genauigkeit den erhöhten Aufwand rechtfertigt.

Bei einer in der Deutschen Demokratischen Republik durchgeführten Verbrauchsuntersuchung in n=1049 3-Personen-Arbeiter- und Angestelltenhaushalten¹⁾, die nach dem Zufallsprinzip ausgewählt wurden, konnten die in Tabelle 6-2 zusammengestellten durchschnittlichen monatlichen Haushaltsausgaben $\bar{a}_i$ für

1) Vgl. K. GROSSERT: Einige Ergebnisse der Anwendung mathematisch statistischer Verfahren in den Wirtschaftsrechnungen. Statistische Praxis, 19 (1964), 103-104.

die einzelnen Ausgabengruppen mit den zugehörigen Standardabweichungen s_i ermittelt werden.

Der absolute Stichprobenfehler e_i läßt sich für die einzelnen Ausgabengruppen unter Vernachlässigung des Korrekturfaktors für endliche Gesamtheiten nach der Formel

$$e_i = z_{\alpha} \frac{s_i}{\sqrt{n}} \quad (6.1)$$

berechnen. Bei Verwendung der Normalverteilung ist bei einem Sicherheitsgrad von $1-\alpha=95,45\%$ $z_{\alpha}=2$. Setzt man die entsprechenden Größen in Formel (6.1) ein, so erhält man die in Tabelle 6-2 angeführten Stichprobenfehler. Bereits diese absoluten Werte lassen erkennen, daß der durch die Stichprobe verursachte Fehler gering ist. Noch besser sichtbar wird dieser Sachverhalt, wenn man den Stichprobenfehler e_i in Prozent des jeweiligen Mittelwertes $\bar{a}_i$ ausdrückt. Die ebenfalls in Tabelle 6-2 dargestellten Prozentwerte verdeutlichen, daß die Schwankungen um die Gruppenmittelwerte sehr klein sind.

Wie Kontrollberechnungen gezeigt haben, gilt diese Aussage auch dann, wenn der Stichprobenumfang erheblich unter 1 000 liegt. Die Prozentwerte nehmen nur geringfügig zu, wenn - wie in der Bundesrepublik Deutschland - nur 400 Haushalte befragt werden.

Die geringe Streuung der Konsumausgaben bei den einzelnen Verbrauchergruppen ist deshalb wenig überraschend, weil die privaten Haushalte neben anderen Abgrenzungskriterien bereits nach der Höhe des Bruttohaushaltseinkommens oder der Verbrauchsausgaben in homogene Gruppen geordnet wurden. Je-

doch ist zu beachten, daß bei einer Abgrenzung nach den Verbrauchsausgaben die Abweichungen innerhalb der ermittelten Verbrauchsstrukturen noch geringer sind als bei einer Abgrenzung nach dem Einkommen.¹⁾

Die geringe Variabilität der Ausgaben für die einzelnen Konsumgüter kommt auch der Berechnung des Wägungsschemas des Preisindex für die Lebenshaltung zugute. Da sich der Schwankungsbereich der Einzelgewichte in engen Grenzen hält, erscheint es sinnvoll, auf die Berechnung des Stichprobenfehlers ganz zu verzichten. Damit wird auch eine Zufallsauswahl unnötig, und man wird gegen die in der Bundesrepublik Deutschland angewandte typische Auswahl der privaten Haushalte²⁾ kaum größere Einwände erheben können. Da außerdem bei einer Zufallsauswahl der privaten Haushalte der weitaus größere Teil nicht zur Mitarbeit bei den Verbrauchserhebungen bereit wäre, kann durch die bewußte Auswahl eine beträchtliche Erhöhung des Non-Response-Fehlers vermieden werden.

Darüberhinaus hängt der Aussagegehalt des Preisindex für die Lebenshaltung nur unwesentlich von der Genauigkeit des empirisch gefundenen Wägungsschemas ab, denn Gewichtungsfehler haben keinen größeren Fehler der Indexzahl zur Folge.³⁾ So-

1) Vgl. Statistisches Amt der Europäischen Gemeinschaften: Wirtschaftsrechnungen 1962/63 Deutschland (Br) (Sozialstatistik, Sonderreihe Nr. 5). S. 43.

2) Vgl. Statistisches Bundesamt: Stichproben in der amtlichen Statistik, a.a.O., S. 29.

3) Vgl. G.U. YULE/M.G. KENDALL: An Introduction to the Theory of Statistics. 14th Edition, 4th Impression. London: Charles Griffin & Company, Ltd., 1965. 594-595.

weit allerdings die Preismeßzahlen der Konsumgütergruppen r_i mit den jeweiligen Gewichten w_i korreliert sind, könnten je nach Größe des BRAVAIS-PEARSONSchen Korrelationskoeffizienten ρ_{rw} Abweichungen des gewogenen arithmetischen Mittels aus Preismeßzahlen (= Preisindex) vom entsprechenden ungewogenen arithmetischen Mittel auftreten, denn es gilt folgender Zusammenhang¹⁾:

$$\sum_{i=1}^N r_i w_i = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{N} + \rho_{rw} \frac{\sigma_r \sigma_w}{\bar{w}}. \quad (6.2)$$

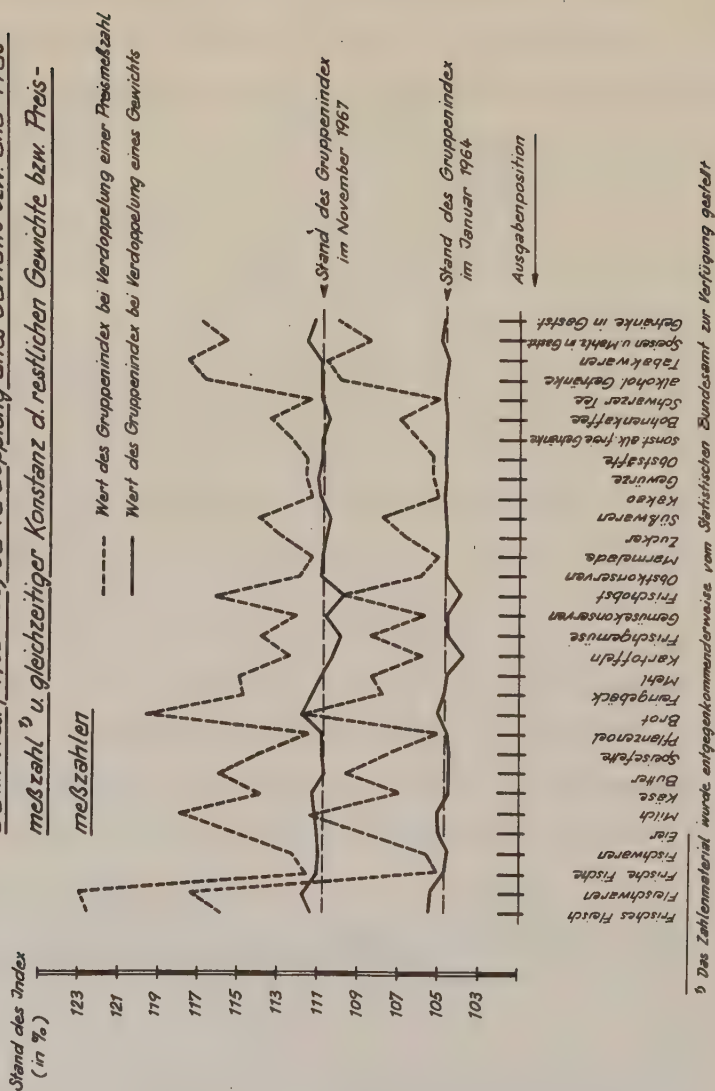
In dieser Gleichung steht auf der linken Seite ein Preisindex; $\frac{\sum r_i}{N}$ ²⁾ stellt ein ungewogenes arithmetisches Mittel der N Preismeßzahlen der Konsumgütergruppen dar, σ_r und σ_w sind die Standardabweichungen der Variablen Preismeßzahl und Gewicht und $\bar{w}$ ist das durchschnittliche Gewicht. Wenn $\rho_{rw} = 0$ ist, ist nach Gleichung (6.2) der Preisindex identisch mit dem ungewogenen arithmetischen Mittel. In diesem Fall ist die Gewichtung für die Berechnung unerheblich, und somit wirken sich auch Gewichtungsfehler nicht aus.

Ist allerdings $\rho_{rw} \neq 0$, so erhält man durch falsche Gewichte einen verzerrten Wert für den Preisindex für die Lebenshaltung. Diese Verzerrung ist allerdings unbedeutend. Den Nachweis, daß der Index verhältnismäßig unempfindlich gegen Gewichtungsfehler ist, dagegen aber sehr empfindlich auf fal-

1) Vgl. G.U. YULE/M.G. KENDALL: A.a.O., S. 334.

2) Im folgenden werden die Summierungsgrenzen vernachlässigt, wenn sie sich eindeutig aus dem Sachverhalt ergeben.

Abbildung 6-1: Veränderung des Gruppenindex Nahrungs- u. Genussmittel (einschl. Verzehr in Gaststätten) für Januar 1964 bzw. November 1967 (Bundesgebiet einschl. Berlin West; 1962=100) bei Verdopplung eines Gewichts bzw. einer Preis-
maßzahl^b u. gleichzeitiger Konstanz d. restlichen Gewichte bzw. Preis-
maßzahlen



sche Preismeßzahlen reagiert, konnte FISHER mit einer sowohl originellen als auch anschaulichen Darstellungsweise erbringen.¹⁾ Sie soll zum Abschluß dieses Kapitels für ein auf die Bundesrepublik bezogenes Beispiel kurz angeführt werden.

Der Preisindex für die Hauptgruppe Nahrungsmittel (einschließlich Verzehr in Gaststätten), der auf den in Abbildung 6-1 angeführten 31 Ausgabenpositionen basieren soll, ergab für Januar 1964 104,6% und für November 1967 110,8% (Basis 1962: 100%).

Um den Einfluß von Fehlern in den Gewichten bzw. bei den Preismeßzahlen darzustellen, wird jeweils das Gewicht bzw. die Preismeßzahl einer Warengruppe verdoppelt, während die Gewichte bzw. die Preismeßzahlen der übrigen Elemente unverändert bleiben.

Wie Abbildung 6-1 erkennen läßt, weicht der Wert des Gruppenindex bei Verdoppelung des Gewichts einer Ware im Gegensatz zur Verdoppelung eines Preisverhältnisses nur unwesentlich von dem tatsächlichen Wert des Gruppenindex ab. In dieser unterschiedlichen Verhaltensweise sieht FISHER die Tatsache bestätigt, daß der Aussagegehalt eines Preisindex im wesentlichen durch die Genauigkeit der im Index enthaltenen Preismeßzahlen bestimmt wird, und Gewichtungsfehler vergleichsweise unbedeutend sind.

1) Vgl. I. FISHER: A.a.O., S. 447-448.

Für die Beurteilung der Aussagegenauigkeit des Preisindex für die Lebenshaltung kann der Gewichtungsfehler aus den angeführten Gründen somit außer Betracht bleiben. Daraus folgt, daß der Stichprobenfehler des Wägungsschemas bei der Berechnung des Gesamtstichprobenfehlers des Index vernachlässigt werden darf. Sämtlichen folgenden Ausführungen liegt deshalb die Annahme zugrunde, daß das Wägungsschema ohne Fehler ist.

7. Kapitel

DER DURCH DIE AUSWAHL DER KONSUMGÜTER VERURSACHTE STICH- PROBENFEHLER

7.1 Kurze Vorbemerkung

Unter den einschränkenden Annahmen der Kapitel 5 und 6 setzt sich der Gesamtstichprobenfehler des Preisindex für die Lebenshaltung im wesentlichen aus dem Stichprobenfehler, der durch die Auswahl der Konsumgüter verursacht wird und dem Stichprobenfehler, der durch die Auswahl der Preisberichtsstellen entsteht, zusammen. Eine Erörterung des Gesamtstichprobenfehlers setzt deshalb eine Untersuchung dieser Teilfehler voraus. So soll in diesem Kapitel zunächst eine theoretische Betrachtung des durch die Auswahl der K o n s u m g ü t e r verursachten Stichprobenfehlers erfolgen. Im anschließenden Kapitel 8 wird dann auf die Probleme des durch die Auswahl der P r e i s b e r i c h t s s t e l l e n hervorgerufenen Stichprobenfehlers eingegangen.

Außer der bereits getroffenen Annahme, daß die Gewichte w_{ij} als fehlerfrei betrachtet werden, wird in diesem Kapitel weiter vorausgesetzt, daß die Durchschnittspreise der einzelnen Konsumgüter in der Basis- sowie in der Berichtsperiode

fehlerfrei ermittelt werden können, und damit die Preis-
meßzahlen der Konsumgüter r_{ij} ohne Fehler sind.¹⁾

7.2 Die Auswahl der Stichprobe

7.2.1 Die Abgrenzung der Grundgesamtheit

Bei der Planung einer Zufallsauswahl ist zunächst die zu untersuchende Grundgesamtheit sachlich, zeitlich und örtlich eindeutig abzugrenzen. Diese Forderung bereitet bei der Festlegung der Güter des täglichen Lebensbedarfs - wie die weiteren Ausführungen zeigen werden - gewisse Schwierigkeiten.

Als Grundlage für die Ableitung des Konsumgüterkatalogs dienen die laufenden Wirtschaftsrechnungen.²⁾ Die Wirtschaftssubjekte verzeichnen in den Haushaltsbüchern auf der Ausgabenseite alle Waren und Dienstleistungen, die sie zur Lebenshaltung nachgefragt haben. In vielen Fällen liefern aber die Anschreibungen nur Angaben über Konsumgütergruppen und nicht über die einzelnen Konsumgüter, aus denen die Gruppen bestehen. Für den Statistiker sind jedoch Angaben über Einkäufe von Brot, Wurst, Käse, Eier, usw. zu allgemein, denn jede dieser Konsumgütergruppe kann sich bekanntlich aus einer unterschiedlichen Anzahl von Konsumgütern zusammensetzen. Um mehr über diese Konsumgüter zu erfahren, wären detaillier-

1) Vgl. zur Berechnung der Preismeßzahlen der Konsumgüter die entsprechenden Ausführungen im Abschnitt 3.3 "Die Ermittlung der Preismeßzahlen".

2) Vgl. hierzu Abschnitt 3.2 "Die Bestimmung der Gewichte".

tere Anschreibungen notwendig, die allerdings mehr Aufwand erforderten und auch die Übersichtlichkeit der Haushaltsbücher gefährden könnten. Verzichtet man auf eine solche Feinaufschreibung, so ist die Folge, daß für viele Konsumgütergruppen keine vollständigen Listen der einzelnen Konsumgüter erstellt werden können. Außerdem bleiben auch dann die Gewichte w_{ij} der Konsumgüter unbekannt.¹⁾

Bei bewußter Auswahl der Konsumgüter ist dieser Mangel an Information ohne größere Bedeutung. In diesem Fall bestimmt der Fachmann, welche Güter zur repräsentativen Beschreibung der Preisentwicklung herangezogen werden sollen. Zu diesem Verfahren stellt jedoch SAWHILL kritisch fest:²⁾

"Verzerrungen können auch dadurch auftreten, daß die Fachleute, die die Konsumgüter auswählen, automatisch dahin tendieren, das Gut mit dem größten relativen Gewicht auszuwählen oder ein solches, für das am leichtesten ein repräsentativer Preis für die Warengruppe festzustellen ist. Man kann nicht mit Sicherheit sagen, ob solche speziellen Charakteristika nicht mit Preisbewegungen über oder unter dem Gruppendurchschnitt korreliert sind."

Bei einer Zufallsstichprobe darf jedoch das Kriterium der sachlichen Abgrenzung der Grundgesamtheit prinzipiell nicht außer acht gelassen werden. Für den Fall, daß eine genaue sachliche Festlegung des Verbrauchskatalogs nicht möglich ist, muß zumindest versucht werden, die wesentlichsten

1) Vgl. K.S. BANERJEE: A note in the treatment of composite items in the construction of cost of living index numbers. Calcutta Statistical Association Bulletin, 7 (1956), 35. In der Bundesrepublik Deutschland sind nach Auskunft des Statistischen Bundesamtes die Haushaltsbücher so zu führen, daß zumindest die wichtigsten Konsumgüter einer Konsumgütergruppe mit den entsprechenden Gewichten ermittelt werden können.

2) J.C. SAWHILL: A.a.O., 12. (Übersetzung.)

Konsumgüter einer Konsumgütergruppe zu ermitteln.¹⁾ Man kann davon ausgehen, daß nicht erfaßbare Konsumgüter der jeweiligen Konsumgütergruppe auch für die Lebenshaltung der Indexhaushalte von untergeordneter Bedeutung sind. Deshalb kann angenommen werden, daß eine aus dieser eingeschränkten Gesamtheit gezogene Zufallsstichprobe ein gutes Abbild der uneingeschränkten Gesamtheit darstellt.

Ebenso kann die zeitliche Abgrenzung der Grundgesamtheit nur unter gewissen Annahmen erfolgen. Das Indexkonzept nach LASPEYRES erfordert für die Basis- und Berichtsperiode die gleiche art- und qualitätsmäßige Zusammensetzung des Waren- und Leistungskatalogs. Daraus ergibt sich als Konsequenz, daß die Stichprobe der Konsumgüter aus der Grundgesamtheit der Basisperiode gezogen werden muß. In diesem Zusammenhang wurde schon darauf hingewiesen, daß eine solche einschränkende Annahme nur dann realistisch ist, wenn der Index für möglichst nahe aneinanderliegende Vergleichsperioden berechnet wird. Die Korrekturmöglichkeiten, die für den Fall bestehen, daß der Preisindex für die Lebenshaltung die Preisentwicklung über längere Zeiträume darstellen soll, sind in Abschnitt 4.4 "Der Korrekturfehler" ausführlich besprochen worden. Wie auf Stichprobenbasis die veränderte Zusammensetzung des Waren- und Leistungskatalogs Berücksichtigung finden kann, wird in Abschnitt 7.7 diskutiert werden.

1) Von ähnlichen Vorstellungen scheint auch K.S. BANERJEE (Calculation of sampling errors for index numbers. Sankhya, 22 (1960), 119) auszugehen, wenn er von den konstituierenden Konsumgütern einer Konsumgütergruppe spricht.

Einzig die regionale Abgrenzung bereitet wenig Mühe; hier legen in der Regel die Staatsgrenzen den Raum fest, für den der Verbrauchskatalog einer speziellen Konsumentengruppe ermittelt werden soll. Selbstverständlich können neben nationalen Preisindizes für die Lebenshaltung auch regionale Indizes - wie in der Bundesrepublik Deutschland z.B. für Bundesländer - berechnet werden. Doch auch diesen Indizes wird meistens der nationale Warenkorb zugrunde gelegt.

7.2.2 Die Festlegung des Auswahlverfahrens

Für die Zufallsauswahl der Konsumgüter können verschiedene Auswahlverfahren angewandt werden. Eine Möglichkeit besteht darin, die Konsumgütergruppen in Schichten anzuordnen, wobei jede Schicht mehrere Konsumgütergruppen enthalten soll. Bei einer solchen Anordnung muß die Auswahl in zwei Stufen erfolgen. Primäre Auswahlseinheiten sind die Konsumgütergruppen, von denen auf der ersten Stufe aus jeder Schicht eine bestimmte Anzahl ausgewählt wird. Auf der nächsten Stufe werden für jede in die Stichprobe gekommene Konsumgütergruppe ein oder mehrere Konsumgüter (sekundäre Auswahlseinheiten) ausgewählt, die zur repräsentativen Darstellung der Preisentwicklung benutzt werden.¹⁾

Da sich die zur Hochrechnung erforderlichen Schätzfunktionen bei mehrstufigen Auswahlen häufig nur mit großem theoreti-

1) Ein solches zweistufiges Stichprobenverfahren wird von J.C. SAWHILL (a.a.O., 12) vorgeschlagen.

schen Aufwand ableiten lassen, soll hier die Auswahl der Konsumgüter durch eine einstufig geschichtete Stichprobe erfolgen. Zu diesem Zweck unterteilt man die betrachtete Grundgesamtheit in M Schichten, wobei diesmal jede Schicht nur eine Konsumgütergruppe enthalten soll. Aus jeder Schicht, die aus N_i Konsumgütern besteht, entnimmt man eine Stichprobe im Umfang n_i .¹⁾

Da bei einer solchen Anordnung der Konsumgüter zu Schichten die Anzahl der gebildeten Schichten mit der Anzahl der gebildeten Konsumgütergruppen übereinstimmt; d.h. $M=N$, muß die bisher betrachtete Indexformel (3.2) nicht umgeformt werden; sie lautet also weiterhin:

$$I^{Pot} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_i} r_{ij} w_{ij}. \quad (7.1)$$

7.2.3 Die Kriterien für die Schichtenbildung

Ein geschichtetes Auswahlverfahren ist der einfachen Zufallsauswahl nur dann vorzuziehen, wenn durch die Schichtung die Genauigkeit der Stichprobenergebnisse verbessert wird. In welchem Ausmaß der Zufallsfehler durch die Anwendung des Schichtungsprinzips verringert werden kann (Schichtungseffekt), hängt im wesentlichen von der Schichtenbildung ab. Die Genauigkeit der Ergebnisse wird durch die Schichtung um so

1) Der Vorschlag, die Konsumgütergruppen in solcher Weise anzuordnen, stammt von K.S. BANERJEE: Probability selection of the constituent items of a composite item in the construction of cost of living index numbers. Calcutta Statistical Association Bulletin, 8 (1958), 106.

mehr gesteigert, je höher der Grad der Homogenität innerhalb der Schichten ist bzw. je größer die Unterschiede zwischen den Schichten sind. Da häufig verschiedene Möglichkeiten der Schichtung bestehen, sollen nur solche Schichtungsmerkmale herangezogen werden, "für die hinreichend genaue Angaben vorliegen und die mit den zu untersuchenden Merkmalen eng verbunden (korreliert) sind"¹⁾.

Danach sind für die Konsumgüter der Lebenshaltung folgende Gruppierungen denkbar:

a) Gruppierung der Konsumgüter zu "Preisfamilien"

Eine naheliegende Möglichkeit besteht darin, die Schichten so zu bilden, daß sich die in einer Schicht enthaltenen Konsumgüter hinsichtlich ihrer Preisentwicklung gleichen.²⁾ Es werden also solche Konsumgüter zu einer Konsumgütergruppe zusammengefaßt, für die eine mehr oder weniger ähnliche Preisbewegung erwartet wird. Die Konstruktion von Preisfamilien setzt aber neben einer sorgfältigen Beobachtung der Marktpreise in den vergangenen Perioden die Vorhersage der zukünftigen Preisentwicklung aller Konsumgüter voraus. Da solche Prognosen den Statistiker überfordern würden, nimmt man an, daß Elemente gleichen Charakters, besonders die, die durch gleiche Produktionsverfahren erstellt worden sind oder

1) Statistisches Bundesamt: Stichproben in der amtlichen Statistik, a.a.O., S. 39.

2) So gruppierte z.B. das U.S. BUREAU of LABOR STATISTICS vor der letzten Indexrevision die Elemente zunächst nach ihrem physischen Charakter, und innerhalb jeder Gruppe wurden die Elemente zu Preisfamilien zusammengefaßt; vgl. J. C. SAWHILL: A.a.O., S. 11.

deren Absatz über die gleichen Marktkanäle erfolgt, den gleichen Preis v e r ä n d e r u n g e n unterliegen.¹⁾

Ob diese Annahme ausreicht, der Homogenitätsbedingung zu genügen, muß stark bezweifelt werden; die praktische Verwirklichung dieses Kriteriums dürfte auf alle Fälle erhebliche Schwierigkeiten bereiten.

b) Schichtenbildung unter der Bedingung $\rho_{i(rw)} = 0$

Dieses Kriterium besagt, daß die i-te Schicht so zu bilden ist, daß der BRAVAIS-PEARSONSche Korrelationskoeffizient $\rho_{i(rw)}$ zwischen den Preismeßzahlen r_{ij} und den entsprechenden Gewichten w_{ij} der Konsumgüter dieser Konsumgütergruppe Null ist.²⁾ Diese allgemeine Bedingung enthält die Spezialfälle

- a) Gleichheit der Preismeßzahlen der Konsumgüter,
- β) Gleichheit der Gewichte der Konsumgüter und
- γ) Gleichheit der Preismeßzahlen und der Gewichte.

Damit die Bedingung $\rho_{i(rw)} = 0$ erfüllt oder beinahe erfüllt wird, schlägt BANERJEE³⁾ vor, eine Ware oder Dienstleistung

1) Vgl. A. BASU: Consumer price index numbers - sampling problems in prices, a.a.O., 583.

2) Dieses Kriterium wurde von BANERJEE, der dem Stichprobenfehler des Preisindex für die Lebenshaltung besondere Beachtung schenkte, in mehreren Aufsätzen entwickelt; vgl. z.B. K.S. BANERJEE: Calculation of sampling errors ..., a.a.O., 120. BANERJEE leitete noch ein weiteres Kriterium, nach der die Schichtung erfolgen kann, ab. Eine Verbrauchsgruppe soll so gebildet werden, daß der Korrelationskoeffizient zwischen den Preisen p_{ij} und den entsprechenden Gewichten q_{ij} der in einer Konsumgütergruppe enthaltenen Konsumgüter Null ist; vgl. K.S. BANERJEE: Calculation of sampling errors ..., a.a.O., 121.

3) Vgl. K.S. BANERJEE: Calculation of sampling errors ..., a.a.O., 120.

auch auf mehrere Schichten zu verteilen.

In der amtlichen Statistik dürfte allerdings der praktische Wert dieses Kriteriums nur sehr gering sein, denn bei einer solchen Schichtung tritt ein Nachteil auf, den ADELMAN mit folgenden Worten beschreibt:¹⁾

"BANERJEEs Vorschlag ... berücksichtigt nicht die fundamentalen Kräfte, die am Markt herrschen. Tatsächlich ist es sehr wahrscheinlich, daß diese Bedingung bei jeder Neuberechnung des Index eine vollständig andere Schichtung herbeiführt."

c) Schichtung nach der Substituierbarkeit der Konsumgüter

Während die bisher betrachteten Kriterien mehr von theoretischem Interesse sind, entwickelte ADELMAN²⁾ ein Kriterium, das sowohl die zu Beginn dieses Abschnittes aufgestellten theoretischen Anforderungen erfüllt als auch praktisch zu verwirklichen ist. Ihr Vorschlag lautet, die Schichten so zu bilden, daß die Konsumgüter innerhalb einer Konsumgütergruppe sich durch Ähnlichkeit auf der Angebotsseite und durch große Substituierbarkeit auf der Nachfrageseite auszeichnen. Aus dem hohen Grad der Substituierbarkeit innerhalb einer Schicht folgt ein geringer Grad der Substituierbarkeit der Elemente zwischen den Schichten.

Erfolgt die Schichtung nach diesem Kriterium, so ist in aller Regel gewährleistet, daß eine Preisveränderung eines Konsumgutes durch den Anpassungsmechanismus über den Markt

1) I. ADELMAN: A reply to K.S. BANERJEE. (Note on a comment on the sampling aspects in the construction of index numbers.) The Review of Economics and Statistics, 42 (1960), 219. (Übersetzung.)

2) Vgl. I. ADELMAN: A reply to K.S. BANERJEE, a.a.O., 219.

(die übliche Konkurrenzsituation vorausgesetzt) gleichlaufende Reaktionen bei allen Elementen dieser Schicht auslöst. Somit ist sichergestellt, daß durch eine derartige Gruppierung die Homogenität der einzelnen Schichten auch über längere Zeiträume erhalten bleibt.

7.3 Die Auswahltechnik

Für die Durchführung einer geschichteten Zufallsauswahl stehen dem Statistiker verschiedene Auswahltechniken zur Verfügung. Eine entscheidende Rolle spielt bei der Festlegung der hier anzuwendenden Auswahltechnik, neben der Anordnung der Auswahlgrundlage¹⁾, die Frage, welche Informationen über den Verbrauchskatalog erhältlich sind.

Gelingt es, durch zusätzliche Untersuchungen die Ausgabenanteile w_{ij} der Konsumgüter zu bestimmen, so könnte z.B. die Auswahl der Konsumgüter durch eine systematische Auswahl erfolgen.²⁾ Ebenso könnte die Stichprobe der Konsumgüter durch eine Auswahl mit ungleichen Wahrscheinlichkeiten - wobei die Wahrscheinlichkeiten proportional zu den Gewichten w_{ij} festgelegt werden - gezogen werden. Während im letzten Fall die Elemente durch eine Stichprobe mit Zurücklegen ausgewählt werden sollten, sind sonst Stichproben ohne Zu-

1) Vgl. Statistisches Bundesamt: Stichproben in der amtlichen Statistik, a.a.O., S. 31.

2) Wie eine solche systematische Auswahl angelegt werden kann, wird von J.C. SAWHILL (a.a.O., 11) ausführlich beschrieben.

rücklegen vorzuziehen.¹⁾ Letztere finden auch in der Praxis häufiger Verwendung. Auf eine nähere Betrachtung der einzelnen Auswahltechniken kann verzichtet werden, da die Realisation der hier betrachteten Zufallsauswahl keine weiteren theoretischen Probleme aufwirft.

7.4 Die Ableitung verschiedener Schätzverfahren

Die Hochrechnung und die Beurteilung der Genauigkeit der Stichprobenergebnisse kann nach verschiedenen Schätzverfahren vorgenommen werden. Die Schätzverfahren unterscheiden sich im wesentlichen dadurch, welche Annahmen über die Gewichte w_{ij} der Konsumgüter getroffen worden sind. Nachfolgend sollen vier verschiedene Schätzverfahren näher untersucht werden.

a) Schätzverfahren I:²⁾

Die in Unterabschnitt 7.2.2 angeführte Formel (7.1)

$$L^{Pot} = \sum_i \sum_j r_{ij} w_{ij}$$

setzt voraus, daß die Gewichte w_{ij} der Konsumgüter bekannt

-
- 1) Die Begründung, warum bei einer Auswahl mit ungleichen Wahrscheinlichkeiten Stichproben mit Zurücklegen besser geeignet sind als Stichproben ohne Zurücklegen, ist auf Seite 97 nachzulesen.
 - 2) Dieses Schätzverfahren wird von K.S. BANERJEE erstmalig in dem Aufsatz "A note on the optimal allocation of consumption items in the construction of a cost of living index", veröffentlicht 1956 in "Econometrica", Vol.24, S. 294-295, besprochen; vgl. außerdem zu den folgenden Ausführungen K.S. BANERJEE: Precision in the construction ..., a.a.O., 395-396.

sind. Geht man allerdings davon aus, daß aus den bereits erläuterten Gründen diese Gewichte nicht zu bestimmen sind, so läßt sich der Index nach Formel (7.1) nicht berechnen. Die Formel (7.1) kann wie folgt umgeformt werden:

$$\sum_i \sum_j r_{ij} w_{ij} = \sum_i \sum_j \frac{r_{ij}}{N_i} w_i + \sum_i N_i \rho_{i(rw)} \sigma_{i(r)} \sigma_{i(w)}, \quad (7.2)$$

wobei $\sigma_{i(r)}$ bzw. $\sigma_{i(w)}$ die Standardabweichung der r_{ij} bzw. der w_{ij} innerhalb der i -ten Schicht ist. Aus (7.2) ist ersichtlich, daß

$$\sum_i \sum_j r_{ij} w_{ij} = \sum_i \sum_j \frac{r_{ij}}{N_i} w_i \quad (7.3)$$

grundsätzlich nur dann gilt, wenn

$$\rho_{i(rw)} = 0.$$

Damit diese Bedingung erfüllt ist, muß bereits die Schichtung der Konsumgüter zu Konsumgütergruppen (= Schichten) nach diesem Kriterium erfolgen. Der Preisindex für die Lebenshaltung läßt sich dann nach folgender Formel berechnen:

$$L^{Pot} = \sum_i \sum_j \frac{r_{ij}}{N_i} w_i. \quad (7.4)$$

In Formel (7.4) vermeidet man, den Index mit Hilfe der Gewichte w_{ij} zu berechnen; es genügt, wenn das Gewicht w_i jeder Konsumgütergruppe bekannt ist. Nach dieser Formel ermittelt man zunächst die Preismeßzahl der i -ten Schicht als ungewogenes arithmetisches Mittel aus den N_i Konsumgütern dieser Schicht. Für die Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung werden die so berechneten Preismeßzahlen mit

den jeweiligen Gewichten w_i gewogen.

Ist $\rho_{i(rw)} \neq 0$, so erhält man nach der vereinfachten Formel (7.4) ein fehlerhaftes Ergebnis. Nach (7.2) ergibt sich die Abweichung für die i -te Schicht als $N_i \rho_{i(rw)} \zeta_{i(r)} \zeta_{i(w)}$. Die Gesamtabweichung wächst mit den Korrelationskoeffizienten $\rho_{i(rw)}$ in den N Schichten und wird um so größer sein, je häufiger in den einzelnen Schichten die gleiche Richtung der Korrelation beobachtet wird. Besteht jedoch in einem Teil der Schichten positive, im anderen Teil negative Korrelation, so heben sich die Abweichungen teilweise gegenseitig auf und der Gesamtfehler verringert sich. Die Verzerrung fällt weg, wenn

$$\sum_i N_i \rho_{i(rw)} \zeta_{i(r)} \zeta_{i(w)} = 0.$$

Der Schätzwert $\hat{L}_{P_{Ot}}$ für den Preisindex für die Lebenshaltung $L_{P_{Ot}}$ ergibt sich als

$$\hat{L}_{P_{Ot}} = \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^{n_i} \frac{r_{is}}{n_i} w_i. \quad (7.5)$$

Nach Formel (7.5) wird zunächst für die n_i Konsumgüter, die aus den N_i Konsumgütern einer Konsumgütergruppe durch eine Stichprobe ohne Zurücklegen ausgewählt worden sind, ein durchschnittliches Preisverhältnis in Form eines ungewogenen arithmetischen Mittels berechnet. Diese Preismaßzahl wird dann mit dem gesamten Ausgabenanteil w_i dieser Schicht gewichtet.

Die Varianz zu (7.5) läßt sich ableiten als

$$V(\hat{L}^{P}_{Ot}) = \sum_i \frac{\sigma_{i(r)}^2 w_i^2}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1} . \quad (7.6)$$

Für die Berechnung von $V(\hat{L}^{P}_{Ot})$ sind die Werte $\sigma_{i(r)}^2$, d.h. die Streuung der Preisverhältnisse in der i-ten Schicht erforderlich. $\sigma_{i(r)}^2$ läßt sich nach der Formel berechnen:

$$\sigma_{i(r)}^2 = \frac{\sum_j w_{ij} (r_{ij} - L^{P(i)}_{Ot})^2}{w_i} . \quad (7.7)$$

Dabei ist $L^{P(i)}_{Ot} = \frac{\sum_j r_{ij} w_{ij}}{w_i}$ der Subindex der i-ten Schicht.

Da die Varianzen $\sigma_{i(r)}^2$ in aller Regel unbekannt sind, müssen sie nach einer der bekannten Methoden abgeschätzt werden.¹⁾

Das Konfidenzintervall für den Preisindex für die Lebenshaltung L^{P}_{Ot} lautet:

$$W(\hat{L}^{P}_{Ot} - z_\alpha \cdot \sqrt{V(\hat{L}^{P}_{Ot})} \leq L^{P}_{Ot} \leq \hat{L}^{P}_{Ot} + z_\alpha \cdot \sqrt{V(\hat{L}^{P}_{Ot})}) = 1 - \alpha \quad (7.8)$$

Für die Bestimmung von z_α sind folgende Überlegungen anzustellen: Da jede Schicht nur eine einzige Konsumgütergruppe enthalten soll, ist es notwendig, 200 oder mehr Schichten zu bilden, um sämtliche Waren und Dienstleistungen der Lebenshaltung im Index zu erfassen. Bei einem vorgegebenen

1) Vor Durchführung der Stichprobe kann man $\sigma_{i(r)}^2$ dadurch abschätzen, daß man entweder die Ergebnisse vorausgegangener ähnlicher Erhebungen heranzieht oder besondere Pilot Studies anstellt; nach vollzogener Stichprobe nimmt man als Schätzwerte für die $\sigma_{i(r)}^2$ die Werte $\hat{\sigma}_{i(r)}^2 = \frac{n_i}{n_i - 1} s_{i(r)}^2$, wobei $s_{i(r)}^2$ die Streuung der aus der i-ten Schicht in die Stichprobe gekommenen Elemente ist.

Stichprobenumfang von 400 oder 500 Elementen können aber aus jeder Schicht nur zwei bis drei Konsumgüter gezogen werden. Bei einem so geringen Schichtstichprobenumfang n_i sind deshalb die z_α -Werte aus der Tabelle der STUDENT-Verteilung zu entnehmen. Die Anwendung dieser Verteilung setzt jedoch voraus, daß die Preismeßzahlen r_{ij} in den einzelnen Schichten normalverteilt sind. Die Zahl der Freiheitsgrade FG läßt sich approximativ nach folgender Formel berechnen:¹⁾

$$FG = \frac{\left(\sum_i \frac{\hat{G}_{i(r)}^2 w_i^2}{n_i} \right)^2}{\sum_i \frac{\hat{G}_{i(r)}^4 w_i^4}{n_i^2 (n_i - 1)}} \quad (7.9)$$

Erhält man nach Formel (7.9) mehr als 30 Freiheitsgrade - grundsätzlich liegt die Anzahl der Freiheitsgrade zwischen dem kleinsten der Werte $(n_i - 1)$ und ihrer Summe²⁾ - so kann die STUDENT-Verteilung durch die Normalverteilung approximiert werden.

Der z_α -Wert kann aber auch noch durch einen allgemeineren Ansatz bestimmt werden. Wendet man den zentralen Grenzwertsatz von LJAPUNOFF an - dessen Voraussetzungen hier als zumindest annähernd erfüllt angesehen werden dürfen - so kommt man zu

1) Vgl. hierzu Formel (5.15) bei W.G. COCHRAN: Sampling Techniques. New York/London/Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1966. S. 95.
Bei der Umformung der Formel (5.15) zu (7.9) wurde der Korrekturfaktor für endliche Gesamtheiten vernachlässigt und außerdem $\frac{N_i}{N} = w_i$ gesetzt.

2) Vgl. W.G. COCHRAN: A.a.O., S. 95.

dem Ergebnis, daß $\hat{P}_{0t}$ annähernd normalverteilt ist.¹⁾ Die z_a -Werte sind aus der Tabelle der Normalverteilung abzulesen. Durch diese Überlegung kommt man auch dann zu einem Ergebnis, wenn die r_{ij} in den einzelnen Schichten nicht normalverteilt sind oder die Schichtung so verfeinert wird, daß aus jeder Schicht nur noch ein Element gezogen wird.

Zusammenfassend ist zu Schätzverfahren I zu sagen, daß Schätzung (7.5) nur dann unverzerrt ist, wenn entweder alle $p_i(rw) = 0$ sind bzw. $\sum N_i p_i(rw) \sigma_i(r) \sigma_i(w) = 0$ ist. In dieser Forderung liegt aber der entscheidende Nachteil dieses Schätzverfahrens, denn die Realisation dieser Bedingungen ist so gut wie unmöglich. Außerdem ist dieses Verfahren für eine laufende Berechnung des Preisindex für die Lebenshaltung wenig geeignet, denn für jede Neuberechnung müßte neu geschichtet werden.²⁾

So ist der Versuch, den Preisindex für die Lebenshaltung ohne die Kenntnis der Gewichte w_{ij} zu berechnen, wenig erfolgversprechend. Deshalb bleibt es dem Preisstatistiker nicht erspart, die Ausgabenanteile der Konsumgüter auf irgendeine Weise zu ermitteln. Für die Bestimmung der Gewichte w_{ij} stehen im wesentlichen zwei Verfahren zur Verfügung. Entweder versucht man, die Ausgabenanteile w_{ij} der Konsumgüter

1) Die Voraussetzungen des zentralen Grenzwertsatzes von LJAPUNOFF sind bei M. FISZ (Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. Dritte, durchgesehene Auflage. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1965. S. 178) nachzulesen.

2) Vgl. hierzu Unterabschnitt 7.2.3 "Die Kriterien für die Schichtenbildung".

ebenso wie die Gewichte w_i der Konsumgütergruppen über die Erhebungen der laufenden Wirtschaftsrechnungen festzustellen, oder man schätzt die Gewichte w_{ij} über die Mengen, die von den Konsumgütern am Markt verkauft worden sind, ab.¹⁾

Die Schätzverfahren II bis IV basieren auf der Annahme, daß die Gewichte w_{ij} bekannt sind.

b) Schätzverfahren II²⁾

Unter dieser Voraussetzung kann von der Indexformel (7.1) ausgegangen werden; sie lautet:

$$L^{Pot} = \sum_i \sum_j r_{ij} w_{ij}.$$

Für den unbekannten Index L^{Pot} kann folgende Schätzfunktion abgeleitet werden:

$$\hat{L}^{Pot} = \sum_i \frac{N_i}{n_i} \sum_s r_{is} w_{is}. \quad (7.10)$$

In Formel (7.10) betrachtet man $(r_{is} w_{is})$ als Zufallsvariable. Aus jeder Schicht werden durch eine Zufallsstichprobe ohne Zurücklegen n_i der N_i Produkte $(r_{ij} w_{ij})$ ausgewählt.

-
- 1) Die hierzu erforderlichen Formeln wurden von K.S. BANERJEE (Probability selection ..., a.a.O., 108-109) entwickelt. I. ADELMAN (A new approach ..., a.a.O., 244) bestimmte für eine empirische Untersuchung die Gewichte w_{ij} im Verhältnis zu den Nettoumsätzen des größten Kaufhauses einer ausgewählten Stadt für das entsprechende Element. K.S. BANERJEE (A comment on the construction of price index numbers. Applied Statistics, 5 (1956), 208-210) konnte nachweisen, daß dieses Verfahren unter bestimmten Annahmen unverzerrte Schätzwerte für die Gewichte w_{ij} liefert.
 - 2) Vgl. hierzu K.S. BANERJEE: A note in the treatment ..., a.a.O., 38 und I. ADELMAN: A new approach ..., a.a.O., 242.

Dieser Schätzwert ist unverzerzt.¹⁾ Die Varianz für diese Schätzung ist gegeben durch

$$V(\hat{L}_{\text{Pot}}) = \sum_i \frac{N_i^2 \sigma_i^2(rw)}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}. \quad (7.11)$$

Dabei ist unter $\sigma_i^2(rw)$ die Streuung der $(r_{ij}w_{ij})$ in der i-ten Schicht zu verstehen. Sie ergibt sich als

$$\sigma_i^2(rw) = \frac{\sum_j (r_{ij}w_{ij} - \frac{L_{\text{Pot}}^{(i)}}{N_i})^2}{N_i}. \quad (7.12)$$

Für die Bestimmung des Konfidenzintervalls gelten die gleichen Überlegungen wie bei Schätzverfahren I.

1) Beweis:

$$\begin{aligned} E(\hat{L}_{\text{Pot}}) &= E\left(\sum_i \frac{N_i}{n_i} \sum_s r_{is}w_{is}\right) = \sum_i \frac{N_i}{n_i} E\left(\sum_s r_{is}w_{is}\right) \\ &= \sum_i \frac{N_i}{n_i} [E(r_{i1}w_{i1}) + \dots + E(r_{is}w_{is}) + \dots + E(r_{in_i}w_{in_i})] \\ &= \sum_i \frac{N_i}{n_i} \left[\underbrace{\frac{\sum_j r_{ij}w_{ij}}{N_i} + \dots + \frac{\sum_j r_{ij}w_{ij}}{N_i}}_{n_i} \right] \\ &= \sum_i \frac{N_i}{n_i} \frac{n_i}{N_i} \sum_j r_{ij}w_{ij} \\ &= \sum_i \sum_j r_{ij}w_{ij}. \end{aligned}$$

c) Schätzverfahren III¹⁾

Ein weiterer Schätzwert für den gesuchten Preisindex für die Lebenshaltung $I_{P_{Ot}}$ ergibt sich nach folgender Formel:

$$I_{\hat{P}_{Ot}} = \sum_i w_i \frac{\sum_s r_{is} w_{is}}{\sum_s w_{is}} . \quad (7.14)$$

Zur Bestimmung von $I_{\hat{P}_{Ot}}$ wählt man zufällig und ohne Zurücklegen aus jeder Konsumgütergruppe n_i der N_i Konsumgüter aus, für die man anschließend die Preisverhältnisse r_{is} und die entsprechenden Gewichte w_{is} feststellt. Sowohl die Produkte $(r_{is} w_{is})$ als auch die Gewichte (w_{is}) werden aus der Stichprobe ermittelt und sind deshalb Zufallsvariable. Somit läßt sich Formel (7.14) als gewogener Durchschnitt der Verhältnisse zweier Zufallsvariablen interpretieren.

1) Als erste schlug I. ADELMAN (A new approach ..., a.a.O., 241-242) dieses Schätzverfahren vor; allerdings leitet sie Schätzformel und Varianz unter der Voraussetzung $N=1$ ab. In letzter Zeit befaßte sich KISH in mehreren Veröffentlichungen eingehend mit der Berechnung des Standardfehlers von Indizes. Seinen Untersuchungen liegt die Annahme zugrunde, daß der Index als Verhältnis zweier Zufallsvariablen berechnet wird. Allerdings betrachtet er teilweise keine "echten" Indizes im Sinn der statistischen Theorie, sondern Meßzahlen; vgl. z.B. L. KISH: Standard errors for indexes from complex samples. Journal of the American Statistical Association, 63 (1968), 512-529 oder: Survey Sampling. New York/London/Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1965. S. 503-505.

$\hat{L}^{P}_{Ot}$ ist kein unverzerrter Schätzwert¹⁾ für den Preisindex für die Lebenshaltung. Diese Verzerrung ließe sich unter der Voraussetzung genügend großer Teilstichproben ($n_i > 50$) vernachlässigen.²⁾ Da aber im vorliegenden Fall aus jeder Schicht nur wenige Elemente ausgewählt werden, besteht die Gefahr, daß $\hat{L}^{P}_{Ot}$ erheblich von L^{P}_{Ot} abweicht.

Die Varianz zu dieser Schätzung ist approximativ³⁾

$$V(\hat{L}^{P}_{Ot}) = \sum_i \frac{N_i^2}{n_i} \varsigma_i^{*2} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}, \quad (7.15)$$

wobei $\varsigma_i^{*2} = \varsigma_{i(rw)}^2 + L^{P(i)}_{Ot} \varsigma_{i(w)}^2 - 2L^{P(i)}_{Ot} \rho_{i(w/rw)} \varsigma_{i(w)} \varsigma_{i(rw)}$.

Dabei ist $\rho_{i(w/rw)}$ der BRAVAIS-PEARSONSche Korrelationskoeffizient zwischen den w_{ij} und den $r_{ij} w_{ij}$ in der i -ten Schicht.

Formel (7.15) ist für die Varianz jedoch nur dann eine gute Approximation, wenn aus jeder Schicht eine genügend große Stichprobe gezogen wird. Im Fall kleiner Stichproben liefert diese Approximationsformel ein ungenaues Ergebnis. Will man deshalb die Varianz $V(\hat{L}^{P}_{Ot})$ nicht nach Formel (7.15) abschätzen, so kann man nach einem Vorschlag von BANERJEE einen Schätzwert für die Varianz zu (7.14) nach Formel (7.6) be-

1) Der Erwartungswert des Verhältnisses zweier Zufallsvariablen ist im allgemeinen ungleich dem Verhältnis der beiden Erwartungswerte.

2) Vgl. M.H. HANSEN/W.N. HURWITZ/W.G. MADOW: A.a.O., Vol. I, S. 194.

3) Diese Formeln lassen sich aus den Formeln (4.12) und (4.13), wie sie bei M.H. HANSEN/W.N. HURWITZ/W.G. MADOW (Sample Survey Methods and Theory. Volume I. New York/London/Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1965. S. 193) angeführt sind, ableiten.

rechnen.¹⁾ Das Konfidenzintervall kann nach Formel (7.8) bestimmt werden.

d) Schätzverfahren IV²⁾

Nach dieser Methode werden aus jeder Schicht n_i der N_i Konsumgüter mit Auswahlwahrscheinlichkeiten proportional zu den entsprechenden Gewichten w_{ij} ausgewählt. Zieht man die Stichprobe mit Zurücklegen, so läßt sich der Schätzwert $\hat{L}_{Ot}^{(i)}$ für den Subindex $L_{Ot}^{(i)}$ als einfaches arithmetisches Mittel der ausgewählten Preisverhältnisse berechnen; es gilt:

$$\hat{L}_{Ot}^{(i)} = \frac{\sum_s r_{is}}{n_i} . \quad (7.16)$$

Ein unverzerrter Schätzwert für L_{Ot}^P ergibt sich nach der Formel

$$\hat{L}_{Ot}^P = \sum_i \hat{L}_{Ot}^{(i)} w_i . \quad (7.17)$$

Die Varianz für Schätzung (7.17) lautet:

$$V(\hat{L}_{Ot}^P) = \sum_i \frac{\sigma_{i(r)}^2 w_i^2}{n_i} . \quad (7.18)$$

Die Werte $\sigma_{i(r)}^2$ sind -worauf bereits hingewiesen wurde - in aller Regel unbekannt. Aus den Stichprobenwerten erhält man

1) Allerdings gibt K.S. BANERJEE (Calculation of sampling errors ..., a.a.O., 121) für diese Approximationsformel keine mathematische Ableitung.

2) Vgl. zu diesem Schätzverfahren K.S. BANERJEE (Calculation of sampling errors ..., a.a.O., 122) und I. ADELMAN (A new approach ..., a.a.O., 242).

folgenden unverzerrten Schätzwert $\hat{\sigma}_{i(r)}^2$ für $\sigma_{i(r)}^2$

$$\hat{\sigma}_{i(r)}^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_s (r_{is} - L_{Ot}^{(i)})^2. \quad (7.19)$$

Auch bei diesem Schätzverfahren kann das Konfidenzintervall für den Preisindex für die Lebenshaltung $L_{Ot}^{P_{Ot}}$ nach Formel (7.8) bestimmt werden.

7.5 Vergleich der entwickelten Schätzverfahren

Leider war es im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich, die Wirksamkeit der abgeleiteten Schätzverfahren anhand eines empirischen Beispiels festzustellen. Die hierzu erforderlichen Daten standen weder von der amtlichen Statistik zur Verfügung, noch konnten sie von anderer Seite beschafft werden. Aufwendig - wenn auch prinzipiell denkbar - wäre eine Überprüfung der Effizienz der vier Schätzverfahren durch Stichprobensimulation. Wenn auch auf den empirischen Vergleich und auf die Gegenüberstellung im Simulationsmodell verzichtet werden muß, so soll doch eine kurze theoretische Betrachtung der Schätzverfahren I bis IV erfolgen. Zu diesem Zweck sind alle notwendigen Formeln in Tabelle 7-1 zusammengestellt.

Bei Schätzverfahren I ist der größte Vorteil, daß der Schätzwert $L_{Ot}^{\hat{P}_{Ot}}$ ohne die Kenntnis der Gewichte w_{ij} der einzelnen Konsumgüter berechnet werden kann; es muß nur bekannt sein, mit welchen Gewichten w_i die verschiedenen Konsumgütergruppen in den Index eingehen müssen.

Daneben ist zu erwarten, daß der durch Schätzverfahren I gewonnene Wert gegenüber den Verfahren II bis IV den gering-

Tabelle 7-1: Überblick über die Schätzverfahren I bis IV.

Schätzverfahren	Schätzfunktion	Varianz	Verzerrung	Stichprobe ...
I	$\hat{p}_{L\otimes} = \sum_i \sum_s \frac{r_{is}}{n_i} w_i$	$V(\hat{p}_{L\otimes}) = \sum_i \frac{\sigma_i^2 w_i^2}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}$	$\rho_i(rw) = 0$: Unverzerrt $\rho_i(rw) \neq 0$: Verzerrt	ohne Zurücklegen
II	$\hat{p}_{L\otimes} = \sum_i \frac{N_i}{n_i} \sum_s r_{is} w_{is}$	$V(\hat{p}_{L\otimes}) = \sum_i \frac{N_i^2}{n_i} \sigma_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}$	unverzerrt	ohne Zurücklegen
III	$\hat{p}_{L\otimes} = \sum_i \sum_s \frac{r_{is} w_{is}}{w_i \sum_s w_{is}}$	a. $V(\hat{p}_{L\otimes}) = \sum_i \frac{N_i^2}{n_i} \sigma_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}$ $\sigma_i^{*2} = \sigma_i^2 \frac{1}{i(rw)} + \frac{1}{L\otimes} \frac{2}{i(w)} \sigma_i^2$ $2_{L\otimes}^{P(i)} \rho_i(w/rw) \sigma_i(w) \sigma_i(rw)$ b. $V(\hat{p}_{L\otimes}) = \sum_i \frac{\sigma_i^2 w_i^2}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}$	verzerrt	ohne Zurücklegen
IV	$\hat{p}_{L\otimes} = \sum_i \sum_s \frac{r_{is}}{n_i} w_i$	$V(\hat{p}_{L\otimes}) = \sum_i \frac{\sigma_i^2 w_i^2}{n_i}$	unverzerrt	mit Zurücklegen

sten Zufallsfehler aufweist. Ein direkter Größenvergleich der Varianzen $V(\hat{P}_{Ot})$ der verschiedenen Schätzverfahren ist nur möglich, wenn die Schichtenbildung bei allen Verfahren nach dem gleichen Kriterium erfolgt ist und zwar unter der Bedingung $\rho_{i(rw)} = 0$. Unter dieser Annahme läßt sich Formel (7.11) umformen zu¹⁾

$$V(\hat{P}_{Ot}) = \sum_i \frac{N_i^2}{n_i} (\sigma_{i(r)}^2 \sigma_{i(w)}^2 + \sigma_{i(r)}^2 \bar{w}_i^2 + \sigma_{i(w)}^2 \bar{r}_i^2) \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}, \quad (7.20)$$

$$\text{wobei } \bar{r}_i = \frac{\sum_j r_{ij}}{N_i} \text{ und } \bar{w}_i = \frac{\sum_j w_{ij}}{N_i}.$$

Es gilt nun folgende Beziehung:

$$\sum_i \frac{N_i^2}{n_i} (\sigma_{i(r)}^2 \sigma_{i(w)}^2 + \sigma_{i(r)}^2 \bar{w}_i^2 + \sigma_{i(w)}^2 \bar{r}_i^2) \frac{N_i - n_i}{N_i - 1} = \sum_i k_i \frac{\sigma_{i(r)}^2 w_i^2}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}, \quad (7.21)$$

$$\text{wobei } k_i = 1 + \frac{\sigma_{i(w)}^2}{\bar{w}_i^2} + \frac{\sigma_{i(w)}^2 \bar{r}_i^2}{\bar{w}_i^2 \sigma_{i(r)}^2}.$$

Aus (7.21) ist zu ersehen, daß der Beitrag der i-ten Schicht zur Varianz $V(\hat{P}_{Ot})$ bei Schätzverfahren II k_i mal größer ist als bei Schätzverfahren I.

Betrachtet man bei Schätzverfahren III die Approximations-

1) Vgl. zu dieser Gegenüberstellung die entsprechenden Ausführungen bei K.S. BANERJEE (A note in the treatment ..., a.a.O., 40).

formel (7.6), so stellt man fest, daß unter der Annahme $\rho_{i(rw)} = 0$ die Varianzen $V(\hat{P}_{Ot})$ bei beiden Schätzverfahren gleich groß sind. Bei Schätzverfahren IV wird im Regelfall die Varianz $V(\hat{P}_{Ot})$ größer sein als bei Schätzverfahren I; nur für den Grenzfall $\frac{N_i - n_i}{N_i - 1} = 1$ entsprechen sich die beiden Varianzen.

Schwieriger wird der Größenvergleich der berechneten Varianzen, wenn die Schichtenbildung für die verschiedenen Schätzverfahren nach unterschiedlichen Kriterien vorgenommen wird. In diesem Fall sind keine genauen Aussagen mehr möglich. Generell kann aber festgestellt werden, daß auch dann Schätzverfahren I die geringste Varianz $V(\hat{P}_{Ot})$ liefert, denn bei einer Schichtung nach dem Kriterium $\rho_{i(rw)} = 0$, werden die Binnengruppenstreuungen $\varsigma_{i(r)}^2$ in den einzelnen Schichten geringer sein als bei einer Schichtung nach einem der genannten Kriterien für die Schätzverfahren II bis IV.

In der Bedingung $\rho_{i(rw)} = 0$ liegt aber auch der entscheidende Nachteil des Schätzverfahrens I. Häufig wird in der Praxis diese Bedingung nicht zu erfüllen sein, es gilt also $\rho_{i(rw)} \neq 0$. Man erhält dann einen verzerrten Schätzwert. Der Gesamtfehler läßt sich durch den mittleren quadratischen Gesamtfehler $MQF(\hat{P}_{Ot})$ ausdrücken, denn es gilt:

$$\begin{aligned} MQF(\hat{P}_{Ot}) &= E[\hat{P}_{Ot} - E(\hat{P}_{Ot})]^2 + [E(\hat{P}_{Ot}) - P_{Ot}]^2 \\ &= V(\hat{P}_{Ot}) + (\text{Verzerrung})^2 \\ &= \sum_i \frac{\varsigma_{i(r)}^2 w_i^2}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1} + \left(\sum_i N_i \rho_{i(rw)} \varsigma_{i(r)} \varsigma_{i(w)} \right)^2. \end{aligned}$$

Je nach Größe der Verzerrung weicht der Schätzwert $\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot}$ mehr oder weniger stark von dem gesuchten Wert L^P_{Ot} des Preisindex für die Lebenshaltung ab.

Gegen Schätzverfahren II spricht im wesentlichen, daß der Schätzwert $\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot}$ einen erheblichen Standardfehler aufweist.¹⁾ Denn bei dieser Schätzung hängt die Varianz $V(\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot})$ nicht nur davon ab, wie stark in den verschiedenen Schichten die Preismeßzahlen der einzelnen Konsumgüter um den gemeinsamen Schichtmittelwert streuen, sondern $V(\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot})$ kann - wie aus den Formeln (7.11) und (7.12) zu ersehen ist - bei stark voneinander abweichenden Gewichten w_{ij} innerhalb einer Schicht noch erheblich vergrößert werden. Damit kommt Schätzverfahren II für eine praktische Anwendung nicht infrage.

Schätzverfahren III liefert einen verzerrten Schätzwert $\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot}$ für den Preisindex der Lebenshaltung L^P_{Ot} . Diese Tatsache spricht zunächst nicht gegen das Verfahren selbst, denn häufig erhält man durch eine solche Hochrechnung brauchbarere Ergebnisse als im Fall der Unverzerrtheit.²⁾ Allerdings gilt diese Aussage nur, solange sich die Verzerrung in engen Grenzen hält. Für die Verhältnisschätzung in der vorliegenden Form kann jedoch folgende Feststellung getroffen werden:³⁾

1) Vgl. I. ADELMAN: A new approach ..., a.a.O., 242.

2) Vgl. M.H. HANSEN/W.N. HURWITZ/W.G. MADOW: A.a.O., Vol. I, S. 17.

3) M.H. HANSEN/W.N. HURWITZ/W.G. MADOW: A.a.O., Vol. I, S. 194. (Übersetzung.) An dieser Stelle wird auch eine Formel angegeben (vgl. Formel (4.15)), nach der die Größe der Verzerrung berechnet werden kann.

"Wenn die Schichtung so verfeinert wird, daß aus jeder Schicht nur noch wenige Elemente in die Stichprobe kommen, und außerdem die Schätzwerte für die Verhältnisse in jeder Schicht berechnet werden und durch Gewichtung zum Gesamtschätzwert vereinigt werden, ... dann besteht die Gefahr, daß die Verzerrung in jeder Schicht verhältnismäßig groß ist, ..."

Da ein solches Modell für das hier besprochene Schätzverfahren III zutrifft, kann $\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot}$ erheblich von L^P_{Ot} abweichen. Deshalb sollte in der Praxis auf die Anwendung dieses Schätzverfahrens verzichtet werden.

So ist zum Schluß dieses Abschnittes noch Schätzverfahren IV auf seine praktische Verwendbarkeit zu untersuchen. Bei diesem Schätzverfahren treten keine wesentlichen Nachteile auf, wenn man einmal davon absieht, daß sowohl die Gewichte w_{ij} der Konsumgüter bekannt sein müssen als auch Stichproben mit Zurücklegen gezogen werden sollen, der Fall der in der Praxis seltener Verwendung findet. Grundsätzlich könnte auch die Auswahl der Konsumgüter durch Stichproben ohne Zurücklegen erfolgen, die aber den Nachteil haben, daß der Ausdruck für die Varianz $V(\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot})$ der Schätzung $\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot}$ weitaus komplizierter ist.¹⁾

Die Vorteile des Schätzverfahrens IV sind, daß die Auswahl der Elemente durch eine einfache Auswahltechnik erfolgt, daß sich nach diesem Verfahren ohne größere Schwierigkeiten ein unverzerrter Schätzwert $\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot}$ ermitteln läßt, und daß außerdem die Varianz $V(\hat{L}^{\hat{P}}_{Ot})$ verhältnismäßig gering ist. Die letz-

1) Vgl. K.S. BANERJEE: A comment on the sampling aspects in the construction of index numbers. The Review of Economics and Statistics, 42 (1960), 218.

te Aussage wird durch eine Untersuchung von ADELMAN¹⁾ bestätigt, die die Schätzverfahren II, III und IV in einem empirischen Vergleich gegenüberstellt. Im Gegensatz zu den hier abgeleiteten Methoden benutzt sie bei allen drei Schätzverfahren Stichproben mit Zurücklegen; die Varianz $V(\hat{P}_{Ot})$ bei Schätzverfahren III berechnet sie analog Formel (7.15). Unter diesen Voraussetzungen ermittelt sie für vier Schichten nach allen drei Schätzverfahren die entsprechenden Stichprobenvarianzen. Als Ergebnis erhält sie, daß die Effizienz des Schätzverfahrens IV am größten ist. Somit bietet sich dieses Schätzverfahren für eine praktische Berechnung des durch die Auswahl der Konsumgüter verursachten Stichprobenfehlers als bestes an.

7.6 Die Berechnung des durch die Auswahl der Konsumgüter verursachten Stichprobenfehlers

Bei dem Versuch, den durch die Auswahl der Konsumgüter verursachten Stichprobenfehler anhand eines wirklichkeitsnahen Beispiels aus der amtlichen deutschen Statistik zu berechnen, ergaben sich zahlreiche Schwierigkeiten. Der Stichprobenfehler kann nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung nur dann ermittelt werden, wenn die in die Stichprobe einbezogenen Elemente nach dem Zufallsprinzip ausgewählt worden sind. In der Praxis der amtlichen Statistik der Bundesrepu-

1) Vgl. I. ADELMAN: A new approach ..., a.a.O., 243.

Tabelle 7-2: Schätzwert $\hat{p}^{(i)}_{1962,t}$, Stichprobenvarianz $s^2_{i(r)}$ und $\frac{w_i^2 \hat{g}^2}{n_i} \cdot \frac{i(r)}{i(r)}$ (= Streuungsbeitrag der i-ten Schicht zur Varianz $V(\hat{p}_{1962,t})$) für die neun Hauptgruppen des Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen für Dezember 1964, November 1966 und November 1967.

Hauptgruppen	Stichprobenumfang n_i	Gewicht w_i	Schätzwert $\hat{p}^{(i)}_{1962,t}$				Stichprobenvarianz $s^2_{i(r)}$				$\frac{w_i^2 \hat{g}^2}{n_i} \cdot \frac{i(r)}{i(r)}$	
			Dez. 1964	Nov. 1966	Nov. 1967	Dez. 1964	Nov. 1966	Nov. 1967	Dez. 1964	Nov. 1966		
			3	4	5	6	7	8	9	10		
0/1 Nahrungs- u. Genußmittel (einschl. Verzehr in Gaststätten)	1	2										
2 Kleidung, Schuhe	31	0,43983	105,83	111,84	110,84	59,71	152,89	172,84	0,3850	0,9859	1,1145	
3 Wohnungsmieten	6	0,11998	105,21	111,65	111,87	2,03	6,19	7,36	0,0058	0,0178	0,0212	
4 Elektrizität, Gas, Brennstoffe	2	0,09363	114,80	132,92	140,27	21,62	72,24	66,42	0,1895	0,6333	0,5823	
5 übrige Waren u. Dienstleistungen für die Haushaltsführung	4	0,04585	105,10	109,13	109,97	40,71	88,63	70,41	0,0285	0,0621	0,0493	
6 Waren u. Dienstleistungen für Verkehrszwecke, Nachrichtenübermittlung	14	0,10978	104,34	108,72	107,90	27,70	61,20	75,08	0,0257	0,0567	0,0696	
7 Waren u. Dienstleistungen für die Körper- u. Gesundheitspflege	8	0,06198	105,99	112,01	115,04	37,00	252,10	207,33	0,0203	0,1383	0,1138	
8 Waren u. Dienstleistungen für Bildungs- u. Unterhaltungszwecke	6	0,03097	107,20	116,62	118,11	14,43	64,99	68,56	0,0028	0,0125	0,0132	
9 Persönliche Ausstattung; sonstige Waren u. Dienstleistungen	11	0,06297	104,05	109,79	112,08	73,54	216,67	357,65	0,0292	0,0859	0,1418	
	4	0,03501	108,20	115,32	119,54	28,19	86,08	96,48	0,0115	0,0351	0,0394	
Σ	86	1,00000							0,6983	2,0276	2,1451	

blik Deutschland werden - wie bereits erwähnt - die Konsumgüter durch eine bewußte Auswahl festgelegt. Auf die Durchführung einer eigenen Zufallsstichprobe der Konsumgüter mußte verzichtet werden, da eine solche Untersuchung einen zu großen Aufwand erfordert hätte.

Um trotzdem eine Vorstellung von der Größenordnung des Stichprobenfehlers, der bei der Auswahl der Konsumgüter entsteht, zu erhalten, wurden den folgenden Berechnungen das Zahlenmaterial des Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen zugrunde gelegt, das dem Verfasser vom Statistischen Bundesamt entgegenkommenderweise zur Verfügung gestellt wurden. Obwohl dieses Material nicht aus Zufallsstichproben gewonnen wurde, kann es doch wenigstens dazu dienen, den durch die Auswahl der Konsumgüter verursachten Stichprobenfehler größenordnungsmäßig abzuschätzen.

Die von der amtlichen Preisstatistik übliche Unterteilung des gesamten Waren- und Leistungskatalogs in die in Tabelle 7-2 angegebenen neun Hauptgruppen (= Schichten) wurde beibehalten, obwohl diese neun Schichten weit von den anzustrebenden 200 entfernt liegen. Insgesamt kamen 86 Waren- oder Dienstleistungsgruppen in die Auswahl; zum Beispiel wurden für die Hauptgruppe Nahrungs- und Genußmittel (einschließlich Verzehr in Gaststätten) die in Abbildung 6-1 angeführten 31 Warengruppen ausgewählt.

Der Schätzwert $\hat{I}_{Ot}$ für den gesuchten Preisindex I_{Ot}^P und die zugehörige Varianz $V(\hat{I}_{Ot}^P)$ wurden nach Schätzverfahren III

ermittelt. Aus Formel (7.14) folgt unmittelbar:

$$\hat{L}_{\hat{P}_{Ot}} = \sum_i \hat{L}_{\hat{P}_{Ot}}^{(i)} w_i, \text{ wobei } \hat{L}_{\hat{P}_{Ot}}^{(i)} = \frac{\sum_s r_{is} w_{is}}{\sum_s w_{is}}$$

und nach Formel (7.6) für $V(\hat{L}_{\hat{P}_{Ot}})$:

$$V(\hat{L}_{\hat{P}_{Ot}}) = \sum_i \frac{\hat{\sigma}_{i(r)}^2 w_i^2}{n_i} \frac{N_i - n_i}{N_i - 1}.$$

Da der Auswahlatz $\frac{n_i}{N_i}$ mit Sicherheit in jeder Schicht kleiner als 5% ist, kann der Korrekturfaktor für endliche Gesamtheiten vernachlässigt werden. Außerdem sind die Streuungen $\hat{\sigma}_{i(r)}^2$ unbekannt und müssen über die Stichprobenvarianzen $s_{i(r)}^2$ abgeschätzt werden. Als Schätzwert $\hat{\sigma}_{i(r)}^2$ erhält man:

$$\hat{\sigma}_{i(r)}^2 = \frac{n_i}{n_i - 1} s_{i(r)}^2, \text{ wobei } s_{i(r)}^2 = \frac{\sum_s (r_{is} - \hat{L}_{\hat{P}_{Ot}}^{(i)})^2 w_{is}}{\sum_s w_{is}}.$$

Für $V(\hat{L}_{\hat{P}_{Ot}})$ ergibt sich so:

$$V(\hat{L}_{\hat{P}_{Ot}}) = \sum_i \frac{\hat{\sigma}_{i(r)}^2 w_i^2}{n_i}.$$

Die Gruppenindizes $\hat{L}_{\hat{P}_{Ot}}^{(i)}$ der neun Hauptgruppen für die Zeitpunkte Dezember 1964, November 1966 und November 1967 zur Basis 1962 sind in Tabelle 7-2 in den Spalten 3, 4 und 5 zusammengestellt. Für die drei Zeitpunkte ergeben sich folgende Schätzwerte $\hat{L}_{\hat{P}_{Ot}}$ mit den zugehörigen Varianzen $V(\hat{L}_{\hat{P}_{Ot}})$:

Dezember 1964:

$$L^{\hat{P}}_{1962, \text{Dez. 1964}} = 106,4, \quad V(L^{\hat{P}}_{1962, \text{Dez. 1964}}) = 0,7;$$

November 1966:

$$L^{\hat{P}}_{1962, \text{Nov. 1966}} = 113,5, \quad V(L^{\hat{P}}_{1962, \text{Nov. 1966}}) = 2,0;$$

November 1967:

$$L^{\hat{P}}_{1962, \text{Nov. 1967}} = 114,2, \quad V(L^{\hat{P}}_{1962, \text{Nov. 1967}}) = 2,1.$$

Bei der Interpretation dieser Ergebnisse sind die zu Beginn dieses Abschnittes gemachten Einschränkungen im Auge zu behalten, denn sonst besteht die Gefahr, voreilige Schlußfolgerungen aus den berechneten Werten zu ziehen. Die Ergebnisse stehen zunächst im Widerspruch zu der im Abschnitt 4.6 getroffenen Feststellung, daß der Stichprobenfehler dann übersehen werden kann, wenn durch den Preisindex für die Lebenshaltung die Höhe des Preisniveaus zu messen ist. Eine Varianz von 2,0 bzw. ein Standardfehler von 1,4 ist keineswegs so gering, daß er bei der Beurteilung der Genauigkeit des Preisindex für die Lebenshaltung zu vernachlässigen wäre. Die folgende Überlegung soll jedoch zeigen, daß die ermittelten Varianzen $V(L^{\hat{P}}_{Ot})$ bei weitem zu groß sind.

Auf eine sinnvolle Schichtung nach einem der in Unterabschnitt 7.2.3 besprochenen Schichtungskriterien wurde verzichtet, da die neun Hauptgruppen des Preisindex für die Lebenshaltung als Schichten angesehen wurden. Dadurch waren die Schichten, die der vorausgegangenen Berechnung zugrunde gelegt worden sind, viel zu groß und inhomogen, als daß durch diese Schichtung ein Gewinn an Genauigkeit zu erzielen

gewesen wäre. Für künftige Berechnungen sollten - wie bereits erwähnt wurde - sämtliche Waren und Dienstleistungen in etwa 200 Schichten unterteilt werden, wobei jede Schicht nur aus einer Konsumgütergruppe bestehen sollte. Zieht man aus jeder Schicht zwei Konsumgüter¹⁾ und nimmt man an, daß erstens alle w_i gleich sind und außerdem für jede Schicht $\sigma_{i(r)}^2$ den Wert 30 annimmt²⁾, so erhält man für $V(\hat{P}_{Ot})$ (daß bei soll die Berichtsperiode t ungefähr zwei Jahre von der Basisperiode 0 entfernt liegen):

$$\begin{aligned} V(\hat{P}_{Ot}) &= \sum_{i=1}^{200} \frac{0,005^2 \cdot 30}{2} \\ &= 0,075, \\ \sqrt{V(\hat{P}_{Ot})} &= 0,2739. \end{aligned}$$

Selbst wenn man berücksichtigt, daß $\sigma_{i(r)}^2$ eine Funktion der Zeit ist und sich deshalb im Zeitablauf verdoppelt oder verdreifacht, ist die entsprechende Zunahme von $V(\hat{P}_{Ot})$ bzw. $\sqrt{V(\hat{P}_{Ot})}$ absolut gesehen sehr gering.

-
- 1) Der gegenwärtige Stichprobenumfang von ca. 430 Elementen beim Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen würde mit der Auswahl von 400 Konsumgütern in etwa beibehalten.
 - 2) Aus Spalte 6 in Tabelle 7-2 läßt sich für Dezember 1964 aus den Stichprobenvarianzen $s_{i(r)}^2$ der neun Hauptgruppen eine durchschnittliche Stichprobenvarianz von ca. 40 berechnen. Da anzunehmen ist, daß bei einer Schichtung der Konsumgüter in 200 Schichten die Streuung in den einzelnen Schichten abnimmt, erscheint es realistisch, für $\sigma_{i(r)}^2 = 30$ zu setzen.

Damit bekräftigt dieses Stichprobenergebnis die früher getroffene Annahme, daß der Stichprobenfehler der Schätzung $L^{\hat{P}}_{Ot}$ klein ist. Der Benutzer des Index würde einen falschen Eindruck der Genauigkeit der berechneten Werte gewinnen, wenn ein so kleiner Standardfehler veröffentlicht und gleichzeitig die Größe des Korrekturfehlers verschwiegen würde. Deshalb sollte auf die Publikation des Stichprobenfehlers des Schätzwertes $L^{\hat{P}}_{Ot}$ verzichtet werden.

7.7 Der Stichprobenfehler beim kurzfristigen Preisvergleich

Bereits bei der Diskussion der Fehlerkomponenten des Preisindex für die Lebenshaltung wurde betont, daß der Stichprobenfehler nur dann von größerem Interesse ist, wenn k u r z f r i s t i g e Veränderungen im Preisniveau der Konsumgüter gemessen werden sollen. In diesem Fall gewinnt diese Fehlerart erheblich an Gewicht, wie die folgenden Ausführungen zeigen werden.

Einen Schätzwert für die gesuchte Veränderung $[L^{P*}_{Ot} - L^{P*}_{O,t-1}]$ oder $[L^{P}_{Ot} - L^{P}_{O,t-1}]^{1)}$ stellt die Differenz $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}]$ dar. Die Schätzwerte $L^{\hat{P}}_{Ot}$ und $L^{\hat{P}}_{O,t-1}$ können nach einer der in Abschnitt 7.4 erläuterten Schätzmethoden gewonnen werden. Die Varianz der Differenz $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}]$ ergibt sich als

1) Diese Differenzen sind annähernd gleich, da Qualitätsänderungen bei der kurzfristigen Betrachtung kaum auftreten werden und deshalb $L^{P}_{Ot} \approx L^{P*}_{Ot}$ bzw. $L^{P}_{O,t-1} \approx L^{P*}_{O,t-1}$ ist.

$$V(\hat{L}_{O,t} - \hat{L}_{O,t-1}) = \sqrt{V(\hat{L}_{O,t}) + V(\hat{L}_{O,t-1}) - 2\rho_{\hat{L}_{O,t}, \hat{L}_{O,t-1}} \sqrt{V(\hat{L}_{O,t}) \cdot V(\hat{L}_{O,t-1})}}, \quad (7.22)$$

wobei $\rho_{\hat{L}_{O,t}, \hat{L}_{O,t-1}}$ der BRAVAIS-PEARSONSche Korrelationskoeffizient zwischen $\hat{L}_{O,t}$ und $\hat{L}_{O,t-1}$ ist.

Während $V(\hat{L}_{O,t})$ und $V(\hat{L}_{O,t-1})$ entsprechend dem bei der Ermittlung der Schätzwerte $\hat{L}_{O,t}$ und $\hat{L}_{O,t-1}$ gewählten Schätzverfahren berechnet werden können, ist der Korrelationskoeffizient $\rho_{\hat{L}_{O,t}, \hat{L}_{O,t-1}}$ unbekannt und kann auch in der Praxis kaum ermittelt werden.

Durch die folgenden Überlegungen¹⁾ kann man aber einen Schätzwert für die gesuchte Korrelation erhalten. Allgemein gilt: $\rho_{\bar{X}\bar{Y}} = \rho_{XY}$. Diese Beziehung besagt, daß der Korrelationskoeffizient zwischen den Stichprobenmittelwerten $\bar{X}$ und $\bar{Y}$ von zwei Zufallsvariablen X und Y gleich dem Korrelationskoeffizienten zwischen den Merkmalsausprägungen der beiden Variablen in der Grundgesamtheit ist. Diese Übereinstimmung ist nur gegeben, wenn identische Stichproben vorliegen, d.h. beide Stichproben müssen die gleichen Elemente enthalten, und im Fall der Schichtung muß die Anzahl der Schichten in beiden Erhebungen gleich und das Schichtgewicht w_i muß $(1/\text{Zahl der Schichten}) = \text{konst. sein.}$

Wenn diese Voraussetzungen bei der Berechnung der Schätzwerte $\hat{L}_{O,t}$ und $\hat{L}_{O,t-1}$ erfüllt sind, kann für den unbekannten Korrelationskoeffizienten $\rho_{\hat{L}_{O,t}, \hat{L}_{O,t-1}}$ der Koeffizient ρ^* zwi-

1) Vgl. hierzu die Ausführungen bei M.H. HANSEN/W.N. HURWITZ/W.G. MADOW: Sample Survey Methods and Theory. Volume II. New York/London: John Wiley & Sons, Inc., 1964. S. 57-58 und S. 96-98.

schen den Preismeßzahlen r_{ij} zu den Zeitpunkten $t-1$ und t berechnet werden. Da allerdings nur die Preismeßzahlen der in die Stichprobe einbezogenen Repräsentanten bekannt sind, kann man für ρ^* nur einen Schätzwert ermitteln.¹⁾

Um eine Vorstellung von der Größenordnung des Stichprobenfehlers der Schätzung $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}]$ zu erhalten, soll ein Beispiel betrachtet werden. Angenommen, es soll die Stichprobengenauigkeit der Differenz $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}]$ vom Vormonat $t-1$ zum Monatsmonat t , wobei t ungefähr 5 bis 6 Jahre vom Basisjahr entfernt liegen soll, bestimmt werden. Aus den vorausgegangenen numerischen Untersuchungen können die Varianzen $V(L^{\hat{P}}_{Ot})$ und $V(L^{\hat{P}}_{O,t-1})$ abgeschätzt werden. Wenn die Auswahl in der dort beschriebenen Weise vorgenommen wird, d.h. Anordnung der Konsumgüter zu ca. 200 Konsumgütergruppen und Ziehen von zwei Konsumgütern aus jeder Schicht, ergibt sich: $V(L^{\hat{P}}_{O,t-1}) \approx V(L^{\hat{P}}_{Ot}) \approx 0,225$.²⁾

Da der genaue Wert des gesuchten Korrelationskoeffizienten unbekannt bleibt, versuchte der Verfasser eine erste Abschätzung mit Hilfe der vom Statistischen Bundesamt zur Verfügung gestellten Daten zu erhalten. Einen Schätzwert $\hat{\rho}^*$ für den Koeffizienten erhält man, wenn man die Korrelation zwi-

1) Vgl. zu den letzten Ausführungen auch P.J. MCCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 217.

2) Unter der Voraussetzung, daß t zwei Jahre von der Basisperiode 0 entfernt ist, konnte in Abschnitt 7.6 für das gleiche Stichprobenmodell für die Varianz $V(L^{\hat{P}}_{Ot})$ der Wert 0,075 berechnet werden. Nimmt man an, daß sich $V(L^{\hat{P}}_{Ot})$ proportional zur Zunahme von t vergrößert, so erhält man den oben angegebenen Wert.

schen den Preismeßzahlen für den Monat $t-1$ und t der 86 Waren- und Dienstleistungsgruppen bestimmt, die bereits den Berechnungen in Abschnitt 7.6 zugrunde gelegt wurden. Da angenommen wurde, daß die ausgewählten Elemente auf neun Schichten aufgeteilt wurden, wird der gesuchte Korrelationskoeffizient als gewogener Durchschnitt aus den Korrelationskoeffizienten der Schichten ermittelt.¹⁾ Man erhält dann als Schätzwert $\hat{\rho}^*$ für die Korrelation zwischen den Monaten Dezember 1964 und Januar 1965 0,973 und zwischen den Monaten Oktober 1967 und November 1967 0,982. Unter Beachtung der Annahme, daß die Berichtsperiode t ca. 6 Jahre von der Basisperiode entfernt liegen soll, kann $\hat{\rho}^* = 0,985$ geschätzt werden. Nach Formel (7.22) erhält man dann:

$$V(\hat{L}_{Ot} - \hat{L}_{O,t-1}) = 0,225 + 0,225 - 2 \cdot 0,985 \sqrt{0,225 \cdot 0,225} \\ = 0,0068.$$

Der Standardfehler der Differenz $[\hat{L}_{Ot} - \hat{L}_{O,t-1}]$ beträgt $\sqrt{0,0068} = 0,0824$ oder ungefähr 0,1. Da im Durchschnitt die absoluten monatlichen Veränderungen des Preisindex für die Lebenshaltung zwischen 0,2 und 0,4 liegen und selbst in Zeiten konjunktureller Überhitzung monatliche Preissteigerungen von mehr als 0,6 selten zu beobachten sind²⁾, kann ein Stichprobenfehler in dieser Größenordnung nicht übersehen werden.

1) Da dieses Vorgehen im Gegensatz zu den modelltheoretischen Voraussetzungen steht, kann der berechnete Korrelationskoeffizient $\hat{\rho}^*$ nur als grobe Approximation angesehen werden.

2) Die höchste absolute monatliche Veränderung des Preisindex für die Lebenshaltung von 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalten mit mittlerem Einkommen war in den letzten Jahren 1% von Mai zu Juni 1965.

Dieser Fehler verdient um so mehr Beachtung, da meist nicht so sehr die Frage interessiert, welchen Anstieg der Index von der Basis- zur Berichtsperiode zu verzeichnen hat, sondern die Frage, welche Entwicklung der Index vom Vormonat $t-1$ zum Berichtsmonat t genommen hat.

7.8 Die Berücksichtigung einer sich im Zeitablauf verändernden Grundgesamtheit

Obwohl mit dieser Arbeit die Stichprobengenauigkeit des Preisindex für die Lebenshaltung untersucht werden soll, war es in den bisherigen Ausführungen nicht zu vermeiden, auf Qualitätsänderungen - ein weiteres wichtiges Indexproblem - einzugehen. Zwischen beiden Problemkreisen bestehen verschiedene Zusammenhänge. Beispielsweise ist eine sinnvolle Beurteilung des Stichprobenfehlers nur möglich, wenn der Korrekturfehler im Auge behalten wird. Auf der anderen Seite können sämtliche Indexkorrekturen, die vorgenommen werden, um der Fluktuation auf dem Konsumgütersektor gerecht zu werden, nur auf Stichprobenbasis realisiert werden. Zu dem letztgenannten Problem sollen zum Schluß dieses Kapitels noch einige grundsätzliche Überlegungen angefügt werden.

In Perioden stetigen wirtschaftlichen Wachstums werden weder ganze Konsumgütergruppen plötzlich vom Markt verschwinden noch vollkommen neue Gütergruppen unvermutet am Markt auftauchen. Ohne einen größeren Fehler zu begehen, können des-

halb die Schichtung und die Schichtgewichte w_i der Basisperiode für einen Vergleichszeitraum von vier bis sechs Jahren beibehalten werden.

Häufiger werden dagegen neben dem Verschwinden alter und dem Auftreten neuer Konsumgüter vor allem Qualitätsänderungen bei den Waren und Dienstleistungen der Lebenshaltung zu beobachten sein. Von den zahlreichen bekannten Korrekturverfahren, die die Änderungen in der Beschaffenheit der Güter berücksichtigen, sind für den Stichprobentheoretiker drei von besonderem Interesse:

Um das Indexkonzept nach LASPEYRES nicht vollständig zu verlassen - jede Korrektur an der Indexformel nach LASPEYRES bedeutet letztlich eine Durchbrechung des Konzepts - soll die Zufallsstichprobe der Konsumgüter, so wie sie in der Basisperiode 0 gezogen wurde, für sämtliche Berichtsperioden t beibehalten werden.¹⁾ Allerdings bleiben die ausgewählten Konsumgüter nur der Bezeichnung nach die gleichen, denn für die periodisch erfolgenden Preiserhebungen werden immer die Warenqualitäten herangezogen, die im Augenblick am marktgängigsten sind. In den Preismeßzahlen der Konsumgüter zum Zeitpunkt t spiegeln sich somit die Qualitätsänderungen wider, oder es kommt, soweit ein altes Element durch ein neues ersetzt wurde, diese Substitution zum Ausdruck.²⁾ Durch ein

1) Vgl. zu den folgenden Ausführungen P.J. McCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 219-220.

2) Ausgeschlossen sind dabei Situationen, in denen Konsumgüter ohne Substitut vom Markt verschwinden oder vollständig neue Konsumgüter am Markt angeboten werden.

solches Vorgehen können die in die Stichprobe einbezogenen Konsumgüter zum Zeitpunkt t als Repräsentanten der Grundgesamtheit des gleichen Zeitpunkts angesehen werden.

Die Rotationsstichprobe ist eine weitere Möglichkeit, Qualitätsänderungen der Konsumgüter auch bei der Indexberechnung zu berücksichtigen. Dazu ist ein Rotationsschema aufzustellen, das folgendes Aussehen haben könnte: Jedes ausgewählte Konsumgut verbleibt für einen festgelegten Zeitraum, etwa zwischen einem Jahr und drei Jahren, im Index. Die Elemente, die aus dem Index ausscheiden, werden in der Weise ausgetauscht, daß sie monatlich, vierteljährlich oder jährlich durch neu auszuwählende Konsumgüter ersetzt werden.¹⁾ Durch diesen Zeitplan wirken sich qualitative Veränderungen im Index allerdings mit einem gewissen "time-lag" aus.

Diese Zeitverschiebung fällt dann fort, wenn für jede Neuberechnung des Index eine vollkommen neue Auswahl der Konsumgüter getroffen wird. In diesem Fall können Veränderungen in der Grundgesamtheit sofort erfaßt werden. Für die Darstellung der Preisentwicklung über mehrere Perioden hinweg ist es jedoch notwendig, das Indexmodell nach LASPEYRES zu verlassen und den Preisindex für die Lebenshaltung nach der im Abschnitt 4.3 besprochenen Verkettungsmethode zu berechnen. Die an dieser Stelle angeführten Einwände gegen dieses Verfahren sollen hier nicht wiederholt werden; eine Tatsache sei jedoch noch kurz hervorgehoben. ADELMAN²⁾ konnte nachweisen, daß der

1) Vgl. United States: A.a.O., Part I, S. 43.

2) Vgl. I. ADELMAN: A new approach ..., a.a.O., 244.

Stichprobenfehler der Schätzung nach LASPEYRES wesentlich geringer ist als der bei der Verkettung. Für einen Vergleichszeitraum von einem Jahr ist der Stichprobenfehler der Schätzung $L^{\hat{P}}_{O1}$ nur $(1/\sqrt{12})$ des Fehlers, den man für den Schätzwert nach der Verkettung erhält.

Ähnlich liegen die Verhältnisse für den Stichprobenfehler der Differenz $[L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}]$. Der Stichprobenfehler für diese Schätzung wird dann ein Minimum, wenn beide Schätzwerte $L^{\hat{P}}_{Ot}$ und $L^{\hat{P}}_{O,t-1}$ auf der gleichen Stichprobe der Konsumgüter basieren. In diesem Fall läßt sich die Varianz $V(L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1})$ nach der Formel (7.22) berechnen. Liegen den beiden Schätzungen $L^{\hat{P}}_{Ot}$ und $L^{\hat{P}}_{O,t-1}$ zwei verschiedene (unabhängige) Stichproben zugrunde, so berechnet sich die Varianz $V(L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1})$ nach der Formel:

$$V(L^{\hat{P}}_{Ot} - L^{\hat{P}}_{O,t-1}) = V(L^{\hat{P}}_{Ot}) + V(L^{\hat{P}}_{O,t-1}). \quad (7.23)$$

Da $\rho_{L^{\hat{P}}_{Ot}, L^{\hat{P}}_{O,t-1}}$ positiv ist und nahe bei 1 liegt, ist die nach (7.23) berechnete Varianz größer als die nach (7.22) ermittelte. Unter der Annahme $V(L^{\hat{P}}_{Ot}) = V(L^{\hat{P}}_{O,t-1})$ ist die Wirksamkeit gleicher Stichproben um $(1/1-\rho_{L^{\hat{P}}_{Ot}, L^{\hat{P}}_{O,t-1}})$ mal größer als für den Fall unabhängiger Stichproben.¹⁾ Betrachtet man allerdings die Preisveränderungen nahe aneinanderliegender Perioden - etwa ein Monat bis zu einem Jahr - so besteht keine Notwendigkeit, von unterschiedlichen Stichproben auszugehen, denn in einer so kurzen Zeitspanne werden kaum

1) Vgl. A. BASU: Consumer price index numbers - sampling problems in prices, a.a.O., 586.

entscheidende Qualitätsänderungen feststellbar sein.

Eindringlich muß jedoch davor gewarnt werden, von der Stichprobentheorie perfekte Lösungsvorschläge zum Problem der Qualitätsänderungen zu erwarten. Solange von der Indextheorie einwandfreie Korrekturen der Indexformel nicht erarbeitet worden sind, ist auch die Stichprobentheorie überfordert.

8. Kapitel

DER DURCH DIE AUSWAHL DER PREISBERICHTSSTELLEN VERURSACHTE STICHPROBENFEHLER

8.1 Notwendige Annahmen

Im 7. Kapitel wurde der Stichprobenfehler, der bei der Auswahl der Konsumgüter entsteht, erörtert; in diesem Kapitel soll die zweite Fehlerart, nämlich der durch die Auswahl der Preisberichtsstellen verursachte Stichprobenfehler untersucht werden.

Folgende Annahmen sind notwendig, um diesen Fehler isoliert darstellen zu können: Die im vorausgegangenen Kapitel gemachte Voraussetzung, daß die Durchschnittspreise der ausgewählten Konsumgüter sowohl in der Basis- als auch in der Berichtsperiode fehlerfrei ermittelt werden können, wird aufgehoben. Dagegen muß hier aber gelten, daß durch die Beschränkung auf eine Teilerhebung der Konsumgüter die Genauigkeit des Index nicht beeinflußt wird. Diese Annahme bedeutet mit anderen Worten, daß der Stichprobenfehler, der durch die Auswahl der Konsumgüter entsteht, Null ist.

8.2 Die Auswahl der Preisberichtsstellen

Die Preiserhebung für die ausgewählten Konsumgüter erfolgt bekanntlich periodisch bei den Einkaufsquellen der privaten Haushalte.¹⁾ So werden z.B. die Preise für Nahrungsmittel in Einzelhandelsgeschäften, Supermärkten, Kaufhäusern oder auch auf dem Wochenmarkt durch Preisermittler erfragt. Daneben sind aber auch Dienstleistungsbetriebe, wie z.B. Lichtspieltheater, Schauspielhäuser, private Krankenversicherungsgesellschaften oder Touristikunternehmen in die Preisstatistik einzubeziehen.

Selbstverständlich ist es völlig ausgeschlossen, für die Indexberechnung die Preise bei sämtlichen Einkaufsquellen der privaten Haushalte zu erheben. Die gesuchten Preismaßzahlen können also nur auf Stichprobenbasis ermittelt werden. Da es der Wunsch ist, die Genauigkeit der Stichprobenergebnisse abzuschätzen, muß die Auswahl nach dem Zufallsprinzip vorgenommen werden. Für die Bundesrepublik Deutschland könnte ein solcher Auswahlplan folgendes Aussehen haben:

Die Preisberichtsstellen sollen analog zur Auswahl der privaten Haushalte für die Verbrauchserhebungen²⁾ durch eine zweistufige Zufallsauswahl ausgewählt werden. Primäreinheiten sind alle Gemeinden mit mindestens 5 000 Einwohnern. Da sich

1) Vgl. hierzu Abschnitt 3.3 "Die Ermittlung der Preismaßzahlen".

2) Vgl. hierzu Abschnitt 6.2 "Die Anwendung von Zufallsauswahlverfahren bei den Verbrauchserhebungen".

Tabelle 8-1: Verteilung von 117 Berichtsgemeinden auf die einzelnen Schichten proportional zur Wohnbevölkerung am 30.6.1967 in der Bundesrepublik Deutschland¹⁾

Gemeinden mit ... bis unter ... Ein- wohnern	Schleswig- Holstein	Hamburg	Nieder- sachsen	Bremen	Nordrhein- Westfalen	Hessen	Rheinland- Pfalz	Baden- Württ.- berg	Bayern	Saarland	Berlin (West)	Insgesamt
5 000 - 20 000	2	-	5	-	11	4	2	7	7	1	-	39
20 000 - 50 000	1	-	2	-	9	2	1	3	2	1	-	21
50 000 - 100 000	1	-	1	-	5	1	1	2	2	-	-	14
100 000 - 500 000	2	-	3	1	15	3	2	3	3	1	-	32
500 000 und mehr	-	1	1	1	4	1	-	1	1	-	1	11
Insgesamt	6	1	12	2	44	11	6	16	15	3	1	117

1) Als Berechnungsgrundlage wurde verwendet die Verteilung der Wohnbevölkerung nach Gemeindegrößenklassen und Bundesländern am 30.6.1967; Quelle: Statistisches Bundesamt: Statistisches Jahrbuch für die Bundesrepublik Deutschland, a.a.O., S. 33.

die zu untersuchende Gesamtheit aller Einkaufsquellen über das gesamte Bundesgebiet verteilt und die Preisentwicklung recht unterschiedlich verlaufen kann, sollte eine gute regionale Streuung der ausgewählten Primäreinheiten gewährleistet sein. Zu diesem Zweck schichtet man die Gemeinden kombiniert nach Gemeindegrößenklassen und Bundesländern. Die Aufteilung des Stichprobenumfangs von 117 Gemeinden auf die einzelnen Schichten erfolgt proportional zur Einwohnerzahl in den betreffenden Schichten (vgl. Tabelle 8-1).¹⁾ Da bei proportionaler Aufteilung in den Schichten der Gemeindegrößenklasse mit mindestens 500 000 Einwohnern mehr Gemeinden auszuwählen gewesen wären als sie enthalten, konnten in dieser Größenklasse nur so viele Gemeinden in die Stichprobe aufgenommen werden, wie in der jeweiligen Schicht vorhanden waren. Die Auswahl der Gemeinden innerhalb der gebildeten Schichten sollte so erfolgen, daß die Auswahlchance jeder Gemeinde proportional zu ihrer Einwohnerzahl ist.

Dieses einfache Auswahlverfahren eignet sich allerdings nicht mehr für Staaten mit großer flächenmäßigen Ausdehnung, wie z.B. die Vereinigten Staaten von Amerika. Die Forderung einer guten regionalen Streuung kann bei verhältnismäßig kleinem Stichprobenumfang nicht verwirklicht werden, ohne daß die Besetzungshäufigkeit der einzelnen Schichten zu gering wird. Deshalb verwendet das U.S. BUREAU of LABOR STATISTICS ein

1) Die Beschränkung auf 117 Gemeinden und auf Gemeinden mit mindestens 5 000 Einwohnern ergibt sich aus der gegenwärtigen Erhebungspraxis der amtlichen Verbraucherpreisstatistik in der Bundesrepublik Deutschland.

Verfahren, das unter dem Namen Controlled Selection¹⁾ bekannt geworden ist. Die Vorteile dieses Verfahrens beschreibt SAWHILL mit den Worten:²⁾

"Controlled Selection ist dann besonders gut geeignet, wenn eine gute geographische Streuung der Auswahlseinheiten gewünscht wird. Diese kann dadurch erreicht werden, daß man die Wahrscheinlichkeit minimiert, solche Kombinationen zu wählen, die zu einer besonders großen Konzentration der Einheiten in einem speziellen Staat oder Gebiet führen."

Analog zur Aufteilung des Stichprobenumfang der Gemeinden auf die Gemeindegrößenklasse teilt man auch die auszuwählenden Preisberichtsstellen (sekundäre Auswahlseinheiten) auf die einzelnen Schichten proportional zur Einwohnerzahl in den betreffenden Schichten auf. Nach getroffener Auswahl auf der ersten Stufe ist auf der zweiten Stufe in den Stichprobengemeinden die vorher festgelegte Anzahl von Preisberichtsstellen auszuwählen. Die Vorteile des mehrstufigen Auswahlverfahrens kommen besonders bei der hier besprochenen Teilerhebung zur Geltung. Bei dieser zweistufigen Erhebung braucht man, wie bei allen mehrstufigen Stichproben, nur auf der ersten Stufe eine vollständige Auswahlgrundlage, deren Festlegung ohne weiteres möglich ist. Für die Auswahl auf der folgenden Stufe benötigt man nur noch Material für die zuvor ausgewählten Primäreinheiten. Dagegen würde im Rahmen einer einstufig geschichteten Stichprobe die Ermittlung sämtlicher Einkaufsquellen der privaten Haushalte erhebliche

1) Vgl. R. GOODMAN/L. KISH: Controlled selection - a technique in probability sampling. Journal of the American Statistical Association, 45 (1950), 350-372. Vgl. außerdem Abschnitt 9.2 "Die Berechnung des amerikanischen Consumer Price Index".

2) J.C. SAWHILL: A.a.O., 16. (Übersetzung.)

organisatorische und finanzielle Probleme aufwerfen.

Vor allem die genaue sachliche Abgrenzung der Einkaufsquellen bereitet gewisse Schwierigkeiten. In der Bundesrepublik Deutschland könnte man aus den Ergebnissen der ersten Einkommens- und Verbrauchsstichprobe eine ungefähre Vorstellung darüber gewinnen, welches die unmittelbaren Lieferanten der privaten Haushalte sind.¹⁾ Allerdings wäre es wünschenswert, die Befragung der Haushalte bei der nächsten Erhebung dieser Art ausführlicher zu gestalten, um noch detailliertere Auskünfte zu erhalten.

Als nächstes müssen sämtliche infragekommenden Einkaufsquellen in den Stichprobengemeinden listenmäßig erfaßt werden. Wichtige Angaben hierzu könnten beispielsweise das Handelsregister oder das Telefonbuch liefern. Doch auch diese Hinweise reichen noch nicht aus, um die geplante Zufallsauswahl zu realisieren. Zusätzlich braucht der Statistiker noch Informationen über die Zusammensetzung des Warenangebots der einzelnen Verkaufsstellen, über ihre Größe, ihren Umsatz, usw. Vor allem diese Unterlagen sind nur mit erheblicher Mühe und größerem finanziellen Aufwand zu beschaffen. Sie sind aber notwendig, um die Einkaufsquellen in Schichten anordnen zu können. Wichtigste Schichtungskriterien sind die Art des Betriebes und sein Verkaufssortiment; daneben kann aber auch noch der Umsatz zur Schichtenbildung mit herangezogen werden.

1) Vgl. M. EULER: Einkaufsquellen privater Haushalte für ausgewählte Warengruppen, Wirtschaft und Statistik, 1966, 242-246.

Bei der Auswahl der Preisberichtsstellen ist darauf zu achten, daß die Auswahlchance jeder erfaßten Verkaufsstelle proportional zu ihrem Verkaufsvolumen an die Indexhaushalte festgelegt wird.¹⁾ Auch die hierzu erforderlichen Gewichte sind in der Praxis schwer zu beschaffen. Die Einkaufsgewohnheiten der privaten Haushalte hängen neben der sozialen Stellung des Haushaltsvorstandes und dem monatlichen Haushaltsnettoeinkommen auch noch von der Größe der Wohngemeinde ab. Besonders der letztgenannte Faktor wirkt sich auf die Bezugswege der Haushalte aus. In kleinen Gemeinden gibt es im allgemeinen keine Warenhäuser und relativ wenig Supermärkte, so daß dort die Haushalte hauptsächlich auf Einzelhandelsgeschäfte angewiesen sind.²⁾ Wie die Ergebnisse der Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1962/63 zeigten, kaufen z.B. nur 3,9% der privaten Haushalte in Wohngemeinden mit 5 000 bis unter 20 000 Einwohnern Nahrungs- und Genußmittel in Supermärkten, in Wohngemeinden mit mehr als 100 000 Einwohnern sind es dagegen 9,5%. Auch das folgende Beispiel bestätigt diese Unterschiede: Während nur 18,2% der Haushalte, die in Gemeinden mit 5 000 bis unter 20 000 Einwohnern leben, Elektrogeräte im Großhandel erwerben, bezieht in Gemeinden mit mehr als 100 000 Einwohnern jeder dritte Haushalt diese Geräte vom Großhändler.

Aber selbst wenn sämtliche notwendigen Informationen über den Auswahlrahmen zu bekommen wären, sind damit nicht alle

1) Vgl. A. HURWITZ: A.a.O., 823.

2) Vgl. zu den folgenden Ausführungen M. EULER: A.a.O., 243.

Schwierigkeiten beiseite geräumt. Aus finanziellen Erwägungen ist es nicht möglich, für jedes einzelne in die Stichprobe gekommene Konsumgut einer Konsumgütergruppe eine eigene Auswahl von Preisberichtsstellen zu treffen; vielmehr muß versucht werden, in jeder ausgewählten Preisberichtsstelle die Preise für möglichst viele Konsumgüter zu erheben. Dazu ist aber eine sinnvolle Kombination der Stichprobe der Konsumgüter mit der Stichprobe der Preisberichtsstellen notwendig. Eine Möglichkeit besteht darin, die Einkaufsquellen der privaten Haushalte nach ihrem Verkaufssortiment in etwa 15 bis 20 Klassen zu ordnen. Dieser Klassifikation entsprechend müssen auch die ausgewählten Konsumgüter in ebenso viele Gruppen zusammengefaßt werden. Wird nun in einer Gemeinde z.B. eine Preisberichtsstelle der ersten Klasse ausgewählt, so werden in diesem Geschäft die Preise für sämtliche Konsumgüter der gleichen Klasse festgestellt.¹⁾

Analog der Fluktuation auf dem Konsumgütersektor ist auch bei den Bezugsquellen der privaten Haushalte ein ständiger Wandel zu beobachten, der die Stichprobentheorie vor zusätzliche Probleme stellt. So sind bei einer Änderung in der Zusammensetzung des Warenangebots bei einzelnen Konsumgütern in den ausgewählten Preisberichtsstellen keine Preisnotierungen mehr zu bekommen. Durch Geschäftsaufgaben können einzelne Betriebe vollständig für die Preiserhebung ausfallen; ebenso dürfen Geschäftsneugründungen in zukünftigen Perioden von der Preisstatistik nicht übersehen werden. Aus den ange-

1) Vgl. J.C. SAWHILL: A.a.O., 14.

fürten Gründen ist es deshalb schwer, eine Zufallsauswahl, so wie sie in der Basisperiode getroffen worden ist, über längere Zeiträume beizubehalten.¹⁾

Ebenso verdient ein Problem Beachtung, auf das BASU²⁾ hinweist. Wegen der begrenzten finanziellen Mittel kann nur eine geringe Anzahl von Preisberichtsstellen an den laufenden Preiserhebungen beteiligt werden. Damit besteht aber die Gefahr, daß wegen des zu kleinen Gesamtstichprobenumfangs keine repräsentative Zufallsauswahl der Bezugsquellen mehr getroffen werden kann.

8.3 Ein einfacher Stichprobenplan

Wenn die im vorausgegangenen Abschnitt erörterten Schwierigkeiten auf der zweiten Stufe des Auswahlverfahrens, wie beispielsweise fehlende Unterlagen über den Auswahlrahmen oder über die Gewichte oder ein zu kleiner Stichprobenumfang, nicht zu überwinden sind, können die Preisberichtsstellen nicht mehr nach dem Zufallsprinzip ausgewählt werden.

Der bisher erörterte Stichprobenplan, der im einzelnen eine zweistufige Zufallsauswahl vorsah, kann dadurch erheblich vereinfacht werden. Allgemein läßt sich der Stichprobenfehler, der durch die Gemeindeauswahl verursacht wird, nach dem

1) Vgl. United States: A.a.O., Part II, S. 593.

2) Vgl. A. BASU: Consumer price index numbers - sampling problems in prices, a.a.O., 583-584.

folgenden Modell ermitteln.¹⁾

Die Gesamtheit der N Gemeinden wird in M Schichten unterteilt, wobei die h-te Schicht N_h Gemeinden enthält. Für die k-te Gemeinde in der h-ten Schicht lautet der Preisindex für die Lebenshaltung zum Zeitpunkt t $L_{Ot}^{(hk)}$. Dieser Index basiert auf der Stichprobe der ausgewählten Konsumgüter. Durch Gewichtung wird aus den Gemeindeindizes der Gesamtindex L_{Ot}^P nach folgender Formel berechnet:

$$L_{Ot}^P = \sum_{h=1}^M \sum_{k=1}^{N_h} v_{hk} L_{Ot}^{(hk)}, \quad (8.1)$$

wobei v_{hk} der Bevölkerungsanteil der k-ten Gemeinde in der h-ten Schicht an der Gesamtbevölkerung ist; es gilt:

$$\sum_h \sum_k v_{hk} = \sum_h v_h = 1.$$

Zieht man aus jeder Schicht n_h Gemeinden mit Auswahlwahrscheinlichkeiten proportional zu ihren Bevölkerungsanteilen v_{hk} und mit Zurücklegen, so erhält man folgenden Schätzwert für die h-te Schicht:

$$\hat{L}_{Ot}^{(h)} = \frac{\sum_{u=1}^{n_h} L_{Ot}^{(hu)}}{n_h}. \quad (8.2)$$

Der unverzerzte Schätzwert für den Gesamtindex lautet:

$$\hat{L}_{Ot}^P = \sum_h v_h \hat{L}_{Ot}^{(h)}. \quad (8.3)$$

1) Neben der notwendigen Bedingung, daß der durch die Auswahl der Konsumgüter verursachte Stichprobenfehler Null ist, tritt die Annahme, daß der Stichprobenfehler, der durch die Auswahl der Preisberichtsstellen entsteht, so gering ist, daß er vernachlässigt werden kann.

Für die Varianz zu dieser Schätzung erhält man:

$$V(\hat{P}_{Ot}) = \sum_h \frac{\sigma_h^2 v_h^2}{n_h}, \quad (8.4)$$

wobei man unter σ_h^2 die Streuung der $L_{Ot}^{(hk)}$ in der h-ten Schicht versteht. Ein Schätzwert $\hat{\sigma}_h^2$ für das unbekannte σ_h^2 kann nach folgender Formel berechnet werden:

$$\hat{\sigma}_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_u (L_{Ot}^{(hu)} - \hat{L}_{Ot}^{(h)})^2. \quad (8.5)$$

Um die mit größerem Arbeitsaufwand verbundene Berechnung eines entsprechenden Index für jede Stichprobengemeinde zu vermeiden, sind folgende Varianten des eben besprochenen Stichprobenplans möglich: Man könnte zunächst für jedes im Index enthaltene Element aus den Preismeßzahlen der Stichprobengemeinden ein durchschnittliches Preisverhältnis für jede Schicht bestimmen und diese zum Gesamtindex vereinen. Denkbar wäre auch, analog zur gegenwärtigen Berechnungstechnik der amtlichen Preisstatistik der Bundesrepublik Deutschland, für die ausgewählten Konsumgüter die Durchschnittspreise in der Basis- und Berichtsperiode zu ermitteln, aus denen dann die der Indexberechnung zugrundeliegenden Preismeßzahlen errechnet werden können.

8.4 Das Verhältnis der Stichprobenfehler, die durch die Auswahl der Konsumgüter und die Auswahl der Preisberichtsstellen entstehen

Eine richtige Beurteilung der betrachteten Teilfehler wird erst möglich, wenn das Größenverhältnis der beiden Fehler-

komponenten bekannt ist. Der ungefähre Beitrag der beiden Fehler zum Stichprobenfehler ist aus einer Untersuchung von McCARTHY zu ersehen, auf die bereits bei der Diskussion des Gesamtfehlers des Preisindex für die Lebenshaltung zurückgegriffen wurde.¹⁾ An dieser Stelle lautete das Ergebnis, daß der Gesamtfehler der Schätzung $\hat{L}_{P_{Ot}}$ im wesentlichen von dem Korrekturfehler bestimmt wird und der Stichprobenfehler nur einen unbedeutenden Rest dazu beiträgt. Bei der gleichen Untersuchung prüfte McCARTHY die Zusammensetzung des Stichprobenfehlers. Dabei ermittelte er für die Varianz, die sich bei der Stichprobe der Konsumgüter ergibt, den bereits bekannten Wert 0,2; für die Varianz der Stichprobe der Preisberichtsstellen berechnete er 0.01.²⁾

Obwohl diese Werte aufgrund des unzureichenden Datenmaterials nur grobe Schätzungen sind, lassen sie deutlich erkennen, daß wie beim Gesamtfehler der Schätzung $\hat{L}_{P_{Ot}}$ auch beim Gesamtstichprobenfehler eine bestimmte Komponente, nämlich der durch die Auswahl der Konsumgüter verursachte Fehler, dominiert. Logische Folgerung aus diesem Ergebnis kann nur sein, daß dieser Fehlerart besondere Aufmerksamkeit geschenkt wird. Deshalb sollten auch die für die Indexberechnung zur Verfügung stehenden finanziellen Mittel größtenteils für die Planung und Durchführung der Zufallsauswahl der Konsumgüter verwendet werden und nur im begrenzten Umfang für die übrigen Zufallsstichproben.

1) Vgl. hierzu Abschnitt 4.6 "Der Gesamtfehler".

2) Für beide Werte gilt die Annahme, daß die Berichtsperiode etwa drei Jahre von der Basisperiode entfernt liegt.

9. Kapitel

DIE BERECHNUNG DES GESAMTSTICHPROBENFEHLERS DES CONSUMER PRICE INDEX IN DEN VEREINIGTEN STAATEN VON AMERIKA NACH DER METHODE DES U.S. BUREAU OF LABOR STATISTICS

9.1 Einführung

Der Gesamtstichprobenfehler läßt sich durch die bisher isoliert durchgeführte Analyse der einzelnen Fehlerkomponenten nicht bestimmen. Zu diesem Zweck müßte versucht werden, die bisher besprochenen Stichprobenpläne so zu erweitern, daß eine Berechnung des Gesamtfehlers möglich wird. Da aber die Daten, die der Indexberechnung zugrunde zu legen sind, nur durch ein kompliziertes System von Stichproben zu gewinnen sind, dürfte es sehr schwer sein, den gesuchten Fehler mit Hilfe der traditionellen Stichprobentheorie abzuschätzen. Diese Meinung vertritt auch WILKERSON, der in diesem Zusammenhang feststellt:¹⁾

"Eine Fehlerberechnung nach den herkömmlichen Methoden bringt so viele begriffliche und rechentechnische Schwierigkeiten mit sich, daß sie undurchführbar wird."

Trotzdem sei am Rande ein Stichprobenplan vermerkt, der zu-

1) M. WILKERSON: Sampling error in the Consumer Price Index, a.a.O., 900. (Übersetzung.)

mindest aus theoretischer Sicht realisierbar erscheint. Verzichtet man auf eine Preiserhebung bei den Einkaufsquellen der privaten Haushalte und erhebt die Preise unmittelbar bei den Konsumenten, so ist folgendes Vorgehen denkbar: Als Grundgesamtheit werden alle Einkäufe für die tägliche Lebenshaltung sämtlicher privaten Haushalte eines bestimmten Haushaltstyps in der Basisperiode 0 betrachtet. Erhebungseinheiten sind somit die privaten Haushalte des betreffenden Haushaltstyps. Die Auswahl der Indexdaten erfolgt durch eine dreistufige Auswahl. Auf der ersten Stufe werden zufällig Gemeinden (primäre Auswahlseinheiten) ausgewählt. In den Stichprobengemeinden wird auf der zweiten Stufe nach dem Zufallsprinzip eine bestimmte Anzahl privater Haushalte (sekundäre Auswahlseinheiten) bestimmt, die zur regelmäßigen Führung von Haushaltungsbüchern verpflichtet werden. Auf der dritten Stufe wählt man einen Teil der in den Haushaltungsbüchern verzeichneten Konsumgüter (tertiäre Auswahlseinheiten) aus, für die man die Preise und die entsprechenden Ausgabenanteile w_{is} in der Basisperiode 0 aus den Anschreibungen ermittelt. Zur Berechnung der Preismaßzahlen r_{is} der ausgewählten Konsumgüter erfolgt die Preisermittlung in der Berichtsperiode t für die gleichen Konsumgüter bei den gleichen Haushalten.

Die erforderlichen Formeln für die Hochrechnung und für die Beurteilung der Genauigkeit der Stichprobenergebnisse könnten für diese dreistufige Auswahl ohne allzu große Schwierigkeiten abgeleitet werden. Doch die Möglichkeit, den Zufallsfehler des Preisindex für die Lebenshaltung berechnen

zu können, wäre durch diesen Stichprobenplan teuer erkauft. Gleichzeitig würden nämlich die systematischen Fehler (z.B. die Fehler, die durch falsche Eintragungen in den Haushaltungsbüchern entstehen) so stark anwachsen, daß der Index wesentlich ungenauer wäre als bei einer Berechnung nach der gegenwärtigen Praxis. Da außerdem aus finanziellen und organisatorischen Erwägungen¹⁾ eine Preiserhebung direkt beim Konsumenten kaum realisierbar ist, hat dieses Auswahlverfahren wenig Aussicht in der Praxis verwirklicht zu werden.

Will man trotzdem auf eine Beurteilung der Stichprobengenauigkeit des Preisindex für die Lebenshaltung nicht verzichten, so muß man nach neuen Verfahren suchen. Die groben Umrisse eines Stichprobenplans, mit dessen Hilfe der Gesamtstichprobenfehler auf einfache Weise geschätzt werden kann, wurden 1961 von McCARTHY²⁾ entwickelt. Dessen Vorschlag wurde von dem U.S. BUREAU of LABOR STATISTICS aufgegriffen und so weiterentwickelt, daß bei der letzten umfassenden Indexrevision in den Vereinigten Staaten von Amerika in den Jahren 1959 bis 1964 das Verfahren des Replicated Sampling in die Indexberechnung eingebaut werden konnte.

Die Methode der amerikanischen Preisstatistik zur Berechnung des Stichprobenfehlers wird in Abschnitt 9.3 dargestellt; zunächst sollen jedoch zum besseren Verständnis in dem Abschnitt 9.2 kurz einige Besonderheiten der Berechnungstechnik des Consumer Price Index erläutert werden.

1) Vgl. hierzu Abschnitt 3.3 "Die Ermittlung der Preismeßzahlen".

2) Vgl. P.J. McCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 227-230.

2.2 Die Berechnung des Consumer Price Index

In der Berechnungspraxis des westdeutschen Preisindex für die Lebenshaltung für 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalte mit mittlerem Einkommen und des Consumer Price Index zeigen sich zwar viele Gemeinsamkeiten, aber auch einige entscheidende Unterschiede.

Ebenso wie dem deutschen Preisindex für die Lebenshaltung liegt dem Consumer Price Index - oder ausführlicher: Index of Change in Prices of Goods and Services Purchased by City Wage-Earners and Clerical-Worker Families to Maintain their Level of Living - ein bestimmter Haushaltstyp, nämlich ein Arbeitnehmerhaushalt, zugrunde. Die Anschreibungen der ausgewählten Haushalte dieses Haushaltstyps bilden die Grundlage für die Auswahl der Konsumgüter und für die Ableitung des Wägungsschemas. In der Bundesrepublik Deutschland werden die Preismeßzahlen der ausgewählten Konsumgüter als Verhältnis aus den Bundesdurchschnittspreisen der beiden Vergleichsperioden berechnet.¹⁾ Aus den so ermittelten Preismeßzahlen und dem Wägungsschema läßt sich der Index für das Bundesgebiet feststellen. Im Vergleich dazu werden in den Vereinigten Staaten von Amerika für 50 Städte zunächst die entsprechenden Stadtindizes berechnet.

Der Stichprobenplan für die Auswahl der Städte hat in groben Umrissen folgendes Aussehen: Die 50 Städte werden durch ein

1) Vgl. hierzu Abschnitt 3.3 "Die Ermittlung der Preismeßzahlen".

geschichtetes Stichprobenverfahren ausgewählt.¹⁾ Die Schichtenbildung erfolgt in zwei Etappen: Zunächst werden die Städte in Gruppen zusammengefaßt; Merkmal für die Zuweisung zu den einzelnen Gruppen ist hierbei die Einwohnerzahl. Es werden folgende vier Gruppen gebildet:

Gruppe A: Alle Städte, die 1960 mehr als 1,4 Mill. Einwohner hatten.

Gruppe B: Alle Städte mit mehr als 250 000 bis 1,4 Mill. Einwohnern.

Gruppe C: Alle Städte mit mehr als 50 000 bis 250 000 Einwohnern.

Gruppe D: Alle Städte mit höchstens 50 000 Einwohnern.

Aus den vier Gruppen werden dann die eigentlichen 50 Schichten gebildet, und zwar unterteilt man Gruppe A in 12, Gruppe B in 11, Gruppe C in 10 und Gruppe D in 17 Schichten. Die 12 Schichten der Gruppe A enthalten nur je eine Stadt. In allen übrigen Schichten ist eine unterschiedliche Anzahl von Städten eingeschlossen. Während die Schichten der Gruppe A voll erhoben werden, wird aus allen anderen Schichten zufällig eine Stadt ausgewählt. Die Auswahl der Städte in den Schichten der Gruppe B, C und D erfolgt nach dem Verfahren des Controlled Selection.²⁾ Für die 50 ausgewählten Städte werden die oben erwähnten Stadtindizes berechnet.

Der Consumer Price Index wird durch Aggregation der 50 Stadtindizes gewonnen. Da der Inhalt der Warenkörbe in den einzelnen Städten unterschiedlich ist, muß jeder Stadtindex mit

1) Vgl. zu den folgenden Ausführungen M. WILKERSON: The revised city sample for the Consumer Price Index. Monthly Labor Review, 1960, 1078-1083.

2) Vgl. hierzu Abschnitt 8.2 "Die Auswahl der Preisberichtsstellen".

dem Anteil der Bevölkerung, die er repräsentiert, und mit dem Wert des Warenkorbs in dieser Stadt gewichtet werden.

2.3 Die Anwendung des Replicated Sampling bei der Berechnung des Stichprobenfehlers des Consumer Price Index

Durch die Anwendung des Replicated Sampling konnte das U.S. BUREAU of LABOR STATISTICS die bis dahin aufgetretenen Schwierigkeiten bei der Berechnung des Gesamtstichprobenfehlers des Consumer Price Index erfolgreich lösen.

Der größte Vorteil des von DEMING¹⁾ entwickelten Stichprobenverfahrens ist darin zu sehen, daß in vielen Fällen der Zufallsfehler eines Stichprobenergebnisses durch dieses Verfahren wesentlich leichter abgeschätzt werden kann als durch die Verfahren der traditionellen Stichprobentheorie.

Das Replicated Sampling baut auf folgendem Grundmodell auf: Man unterteilt die zu untersuchende Grundgesamtheit in Zonen, wobei darauf zu achten ist, daß jede Zone eine etwa gleich große Anzahl Elemente enthält. Aus der ersten Zone wählt man nun zwei oder mehrere Elemente aus, und entsprechend werden aus allen folgenden Zonen jeweils die gleiche Anzahl von Elementen entnommen. "Replication" bedeutet dabei nichts anderes, als daß aus jeder Zone zwei oder mehrere Elemente gezo-

1) Vgl. zur Theorie des Replicated Sampling die Ausführungen bei W.E. DEMING: Sample Design in Business Research. New York/London: John Wiley & Sons, Inc., 1960. S. 186-225. Einen ausgezeichneten Überblick über dieses Auswahlverfahren gibt auch T. YAMANE: Elementary Sampling Theory. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1967. S. 364-392.

gen werden. Das erste zufällig ausgewählte Element aus jeder Zone gehört zu einer Unterstichprobe 1, das zweite zu einer Unterstichprobe 2, usw. Entsprechend der gezogenen Anzahl von Elementen aus jeder Schicht erhält man durch dieses Vorgehen eine gleichgroße Anzahl von Unterstichproben. Jede Unterstichprobe umfaßt sovielen Auswahlseinheiten wie Zonen gebildet worden sind.

Die Ergebnisse der einzelnen Unterstichproben stellen Zufallsvariable dar, da die Werte von Unterstichprobe zu Unterstichprobe schwanken können. Aus diesen Resultaten läßt sich für den gesuchten Parameter der untersuchten Grundgesamtheit ein Schätzwert bestimmen. Die Genauigkeit der gefundenen Schätzung kann mit Hilfe einfacher und leicht zu handhabender Formeln überprüft werden. Den Grundgedanken für die Berechnung der Stichprobenvarianz bei Anwendung des Replicated Sampling beschreibt DEMING folgendermaßen:¹⁾

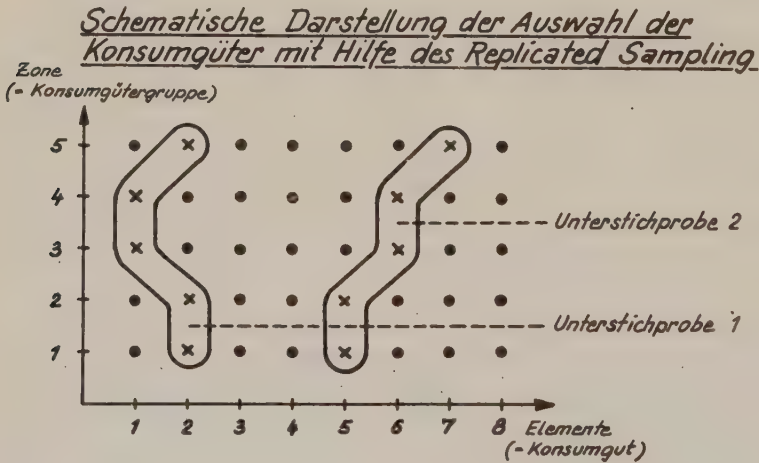
"Jeder Student der Statistik kennt die Formel $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ für die Varianz des Mittelwertes einer Zufallsstichprobe vom Umfang n . Man kann n als die Anzahl der Replications eines Stichprobenplans ansehen, bei dem man in jede Replication nur ein Element einbezieht. $\bar{X}$ ist dann einfach der Mittelwert der n Schätzungen $x_1, x_2, \dots, x_n$, die man durch die n Wiederholungen erhält."

Bei praktischen Untersuchungen werden allerdings mehrere Elemente in jeder Unterstichprobe enthalten sein, da die Anwendung des Replicated Sampling nur sinnvoll ist, wenn man die zu untersuchende Gesamtheit in mehrere Zonen unterteilt hat.

1) W.E. DEMING: A.a.O., S. 88. (Übersetzung.)

Der Stichprobenplan für den Consumer Price Index hat nach dem Einbau des Replicated Sampling folgendes Aussehen bekommen: Zunächst zieht man aus der Grundgesamtheit der Konsumgüter nach der eben beschriebenen Technik des Replicated Sampling zwei Unterstichproben von Konsumgütern. Diese beiden Unterstichproben werden im folgenden mit 1 und 2 bezeichnet. Vereinfacht könnte die Auswahl der Konsumgüter folgendermaßen dargestellt werden:

Abbildung 9-1



Leider konnte der Verfasser aus den ihm zugänglichen Quellen nicht ersehen, wie die Auswahl der Konsumgüter im einzelnen vorgenommen wird. Grundsätzlich könnten die Konsumgüter für die beiden Stichproben 1 und 2 nach einer im Abschnitt 7.3 dargestellten Auswahltechnik ausgewählt werden. So wäre es denkbar, die Konsumgüter in 150 bis 200 Konsumgütergruppen

(Zonen) anzuordnen und aus jeder Zone durch zwei Unterstichproben zwei Elemente proportional zu ihrem Gewicht w_{ij} auszuwählen.¹⁾

Außerdem werden nach dem im vorhergehenden Abschnitt erörterten Auswahlverfahren 50 Städte ausgewählt. Während man in den ausgewählten 38 Städten der Gruppen B, C und D jeweils nur eine Stichprobe von Preisberichtsstellen zieht, werden in den 12 Städten der Gruppe A zwei unabhängige Stichproben von Preisberichtsstellen gezogen. Der Grund für dieses unterschiedliche Vorgehen wird bei der Besprechung der folgenden Modelle erläutert werden.

Der Gesamtstichprobenfehler des Consumer Price Index kann nach zwei verschiedenen Ansätzen berechnet werden und zwar entweder nach dem Minimum-Replication-Modell oder nach dem erweiterten Replication-Modell. Der Unterschied der beiden Modelle ist darin zu sehen, daß durch das erste Modell zwar der Gesamtstichprobenfehler abgeschätzt werden kann, die Größe der einzelnen Teilfehler, die durch die Auswahl der Konsumgüter, der Städte und der Preisberichtsstellen entstehen, jedoch unbekannt bleibt. Dagegen liefert das zweite Modell auch Schätzwerte für diese Teilfehler. Beide Modelle werden im folgenden ausführlich dargestellt.

a) Minimum-Replication-Modell für die Städte, die nach dem Zufallsprinzip ausgewählt worden sind.

Im Minimum-Replication-Modell für die Städte, die nach dem Zufallsprinzip ausgewählt worden sind, wird die Varianz fol-

1) Vgl. P.J. McCARTHY: Sampling Considerations ..., a.a.O., S. 228.

Tabelle 9-1: Veranschaulichung des unter a) besprochenen
Minimum-Replication-Modells.

Nr. der Unterstich- probe der Konsum- güter	Nr. der Stadt	
	1	2
1	$\hat{p}_{ot}^{(11)}$	.
2	.	$\hat{p}_{ot}^{(22)}$

gendermaßen berechnet.

Um die Auswirkung sämtlicher für den Consumer Price Index relevanten Auswahlsschritte darstellen zu können, müssen jeweils zwei ausgewählte Städte der Gruppen B, C und D zu einem Paar vereint werden. Das wird deshalb notwendig, weil aus den betreffenden Schichten dieser drei Gruppen nur eine Stadt ausgewählt wurde.¹⁾ Denkbar wäre zwar, in jeder ausgewählten Stadt in den gleichen ausgewählten Preisberichtsstellen die Preise für die in den Unterstichproben 1 und 2 enthaltenen Konsumgüter zu erheben und daraus die beiden entsprechenden Preisindizes zu berechnen. In diesem Fall würden aber die durch die Auswahl der Städte und Preisberichtsstellen hervorgerufenen Effekte auf den Consumer Price Index verloren gehen, da beide berechneten Indizes auf der gleichen Stichprobe der Städte und Preisberichtsstellen basieren. Selbst wenn man in der betrachteten Stadt zwei Unterstichproben von Preisberichtsstellen treffen würde, ginge immer noch der

1) Vgl. hierzu Abschnitt 9.2 "Die Berechnung des Consumer Price Index".

durch die Stadtauswahl bewirkte Effekt verloren. Um alle Effekte berücksichtigen zu können, müssen deshalb zwei Städte zu einer neuen Schicht zusammengelegt werden (Method of Collapsed Strata).

Die notwendige paarweise Anordnung der ausgewählten Städte aus den Gruppen B, C und D erfolgt zweckmäßigerweise entsprechend ihrer Größe und geographischen Lage.¹⁾ So sind z.B. in der Gruppe B Dayton (Ohio) und Buffalo (N.Y.) oder Denver (Colo.) und Wichita (Kans.) zusammengelegt worden.²⁾ In Tabelle 9-1 stellen die beiden Städte 1 und 2, die zwei beliebige Schichten der Gruppen B, C oder D repräsentieren sollen, ein solches Paar dar.

In diesen beiden Städten werden durch eine Zufallsauswahl jene Preisberichtsstellen ausgewählt, die zur Preiserhebung herangezogen werden.³⁾ Für die ausgewählten Konsumgüter der Unterstichprobe 1 werden in den ausgewählten Preisberichtsstellen der Stadt 1 die Preise erhoben, für die Konsumgüter der Unterstichprobe 2 entsprechend in der Stadt 2. Unterstichprobe 1 ergibt in der Stadt 1 zum Zeitpunkt t einen

-
- 1) Vgl. hierzu M. WILKERSON: Measurement of sampling error in the Consumer Price Index. 1964 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association. Washington (D.C.): American Statistical Association, 226.
 - 2) Eine Übersicht über alle gepaarten Städte gibt M. WILKERSON (Sampling error in the Consumer Price Index, a.a.O., 912).
 - 3) Wie eine solche Zufallsstichprobe realisiert wird, beschreibt J.C. SAWHILL (a.a.O., 13-14). An dieser Stelle wird auch erläutert, wie die Auswahl der Konsumgüter und die Auswahl der Preisberichtsstellen kombiniert werden kann.

Schätzwert $\hat{L}_{Ot}^{(11)}$ ¹⁾ für den Preisindex der Lebenshaltung, Unterstichprobe 2 liefert in der Stadt 2 die Schätzung $\hat{L}_{Ot}^{(22)}$. Diese beiden Schätzwerte können als repräsentative Schätzwerte für die zwei Schichten, aus denen die Städte 1 und 2 stammen, angesehen werden.

Für jede der beiden Schichten läßt sich aus den Schätzwerten $\hat{L}_{Ot}^{(11)}$ und $\hat{L}_{Ot}^{(22)}$ die Varianz $\hat{\sigma}_1^2$ innerhalb der 1-ten Schicht nach folgender Formel bestimmen:²⁾

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{(\hat{L}_{Ot}^{(11)} - \hat{L}_{Ot}^{(22)})^2}{2} . \quad (9.1)$$

Die Varianz $\hat{\sigma}_1^2$ ist für die beiden zugrunde liegenden Schichten gleich groß, da die Preiserhebungsprogramme in den beiden gepaarten Städten übereinstimmen, d.h. in jeder Stadt werden für die gleiche Anzahl von Konsumgütern die Preise erhoben, die Größe der Preisberichtsstellen ist gleich, usw.³⁾

Der aus der Varianz $\hat{\sigma}_1^2$ berechnete Standardfehler ist eine Maßzahl für den Gesamtstichprobenfehler der 1-ten Schicht; in ihm sind die Teilfehler, die durch die Auswahl der Konsumgüter, die Auswahl der Städte und die Auswahl der Preisberichtsstellen entstehen, enthalten.

1) Die erste Zahl in der Klammer symbolisiert die Nummer der Unterstichprobe der Konsumgüter, die zweite Zahl die Nummer der Stadt.

2) Diese Formel ergibt sich nach einigen Umformungen der bekannten Formel für die Stichprobenvarianz, die in allgemeiner Symbolik lautet: $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$. Im vorliegenden Fall wird allerdings mit n die Anzahl der Replications bezeichnet, d.h. n=2.

3) Vgl. M. WILKERSON: Sampling error in the Consumer Price Index, a.a.O., 902.

b) Minimum-Replication-Modell für die Städte über 1,4 Mill.

Einwohner

Da bekanntlich die zwölf Schichten der Gruppe A voll erhoben werden, wird für die Städte der Gruppe A eine paarweise Anordnung überflüssig, da in dieser Größenklasse der durch die Stadtauswahl hervorgerufene Stichprobenfehler entfällt. Um aber den durch die Auswahl der Preisberichtsstellen bewirkten Effekt auf den Consumer Price Index darstellen zu können, ist es notwendig, zwei Unterstichproben von Preisberichtsstellen zu ziehen. Deshalb muß das bisher betrachtete Minimum-Replication-Modell für die zwölf größten Städte der Vereinigten Staaten von Amerika abgeändert werden.

Im Gegensatz zu dem unter a) besprochenen Vorgehen werden also in jeder Stadt zwei unabhängige Stichproben von Preisberichtsstellen gezogen, die mit 1* und 2* bezeichnet werden. Die Preisermittlung für die ausgewählten Konsumgüter der Stichprobe 1 bzw. 2 erfolgt in jeder Stadt in den Preisberichtsstellen der Stichprobe 1* bzw. 2*.

Analog zu a) lassen sich die in Tabelle 9-2 angegebenen Schätzwerte $\hat{P}_{Ot}^{(11*)}$ und $\hat{P}_{Ot}^{(22*)}$ ermitteln. Unter der Voraussetzung, daß die beiden Stichproben der Preisberichtsstellen in Umfang und Größe der Berichtsstellen ungefähr übereinstimmen, läßt sich analog zu (9.1) für beide Schätzwerte die entsprechende Varianz nach folgender Formel bestimmen:

$$V(\hat{P}_{Ot}^{(11*)}) = V(\hat{P}_{Ot}^{(22*)}) = \frac{(\hat{P}_{Ot}^{(11*)} - \hat{P}_{Ot}^{(22*)})^2}{2}.$$

Tabelle 9-2: Veranschaulichung des unter b) besprochenen
Minimum-Replication-Modells.

Nr. der Unterstich- probe der Konsum- güter	Nr. der Unterstich- probe der Preisbe- richtsstellen	
	1*	2*
1	$\hat{L}_{Ot}^{(11*)}$	.
2	.	$\hat{L}_{Ot}^{(22*)}$

Der gesuchte Stadtindex wird als ungewogener Durchschnitt aus den beiden Schätzwerten $\hat{L}_{Ot}^{(11*)}$ und $\hat{L}_{Ot}^{(22*)}$ berechnet. Nach der einfachen Additionsregel für Streuungen bei unabhängigen Zufallsvariablen - $\hat{L}_{Ot}^{(11*)}$ und $\hat{L}_{Ot}^{(22*)}$ stellen solche unabhängige Zufallsvariablen dar - ergibt sich die Varianz des so ermittelten Stadtindex zu:

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{(\hat{L}_{Ot}^{(11*)} - \hat{L}_{Ot}^{(22*)})^2}{4} . \quad (9.2)$$

c) Erweitertes Replication-Modell für die Städte, die nach dem Zufallsprinzip ausgewählt worden sind

Der aus den Formeln (9.1) bzw. (9.2) abgeleitete Standardfehler ist zwar eine Maßzahl für den Gesamtstichprobenfehler, aus der aber nicht zu ersehen ist, wie sich dieser Fehler anteilmäßig zusammensetzt. Bekanntlich gehen in den Gesamtstichprobenfehler die durch die Stichproben der Konsumgüter, der Städte und der Preisberichtsstellen verursachten Teilfehler ein. Um eine Vorstellung darüber zu erhalten, welchen

Beitrag die einzelnen Teilfehler zum Gesamtfehler liefern, muß die Varianz $\hat{\sigma}_1^2$ in die verschiedenen Varianzkomponenten zerlegt werden. Im einzelnen sind für Modell a) folgende Komponenten zu nennen: Die Varianz, die sich bei der Auswahl der Konsumgüter ergibt, die Varianz, die bei der Auswahl der Städte entsteht und die Varianz, die sich durch die Auswahl der Preisberichtsstellen und durch andere zufällige Einflüsse ergibt; bei Modell b) entfällt die Varianzkomponente, die sich auf die Auswahl der Städte zurückführen läßt.

Für die Abschätzung der Varianzkomponenten müssen beide Modelle erweitert werden. Zunächst soll Modell a) betrachtet werden. Wurden bisher die Preise der in Unterstichprobe 1 enthaltenen Konsumgüter nur in Stadt 1 erhoben und entsprechend für die Konsumgüter der Unterstichprobe 2 in Stadt 2, so ermittelt man jetzt für beide Unterstichproben der Konsumgüter in beiden Städten des Paares. Man kann dann die in Tabelle 9-3 angegebenen vier Primär-Schätzwerte für den Preisindex der Lebenshaltung berechnen.

Allgemein kann für die vier in Tabelle 9-3 angegebenen Primär-Schätzwerte geschrieben werden:

$$\hat{L}_{Ot}^{(mn)} = L_{Ot}^{(z)} + a_m + b_n + e_{mn}, \quad (9.3)$$

wobei mit $\hat{L}_{Ot}^{(mn)}$ der Schätzwert des Preisindex für die Lebenshaltung für die m-te Zeile und die n-te Spalte und mit $L_{Ot}^{(z)}$ der wahre Wert des Preisindex für die Lebenshaltung für die hier betrachtete zusammengelegte Schicht bezeichnet

Tabelle 9-3: Veranschaulichung des unter c) besprochenen erweiterten Replication-Modells.

Nr. der Unterstichprobe der Konsumgüter - A-Klassen (m = 1,2)	Nr. der Stadt - B-Klassen (n = 1,2)		Σ
	1	2	
1	$\hat{p}_{ot}^{(11)}$	$\hat{p}_{ot}^{(12)}$	s_3
2	$\hat{p}_{ot}^{(21)}$	$\hat{p}_{ot}^{(22)}$	s_4
Σ	s_1	s_2	$s_1 + s_2 =$ $s_3 + s_4$

werden. Die Größen a_m , b_n bzw. e_{mn} sind die Effekte, die durch die Zufallsauswahl der Konsumgüter, durch die Zufallsauswahl der Städte bzw. durch die Zufallsauswahl der Preisberichtsstellen und durch andere zufällig Effekte entstehen. Es wird vorausgesetzt, daß a_m , b_n und e_{mn} unabhängige, normalverteilte Zufallsvariable mit den Erwartungswerten 0 und den Varianzen σ_A^2 , σ_B^2 und σ^2 sind. Mit σ_A^2 wird die Varianz, die sich bei der Auswahl der Konsumgüter, mit σ_B^2 die Varianz, die sich bei der Auswahl der Städte und mit σ^2 die Varianz, die sich durch die Auswahl der Preisberichtsstellen und durch andere zufällige Einflüsse ergibt, bezeichnet.

Aus den vier Primär-Schätzwerten der Tabelle 9-3 kann ein Schätzwert $\hat{p}_{ot}^{(z)}$ für die hier betrachtete zusammengelegte Schicht ermittelt werden. Die Varianz für $\hat{p}_{ot}^{(z)}$ läßt sich durch die drei Varianzkomponenten σ_A^2 , σ_B^2 und σ^2 wie folgt ausdrücken:

$$V(\hat{P}_{Ot}^{(z)}) = \frac{\sigma_A^2}{2} + \frac{\sigma_B^2}{2} + \frac{\sigma^2}{4} . \quad (9.4)$$

Für die Schichtvarianz σ_1^2 , die sich aus Formel (9.4) ableiten läßt, ergibt sich:

$$\sigma_1^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \frac{\sigma^2}{2} . \quad (9.5)$$

Die Ermittlung der Varianzkomponenten erfolgt über die Varianzanalyse (zweifache Klassifikation ohne Wechselwirkung - Modell mit zufälligen Effekten).¹⁾ Für die Berechnung der Varianzkomponenten müssen zunächst die Summe der Abweichungsquadrate insgesamt (SQT), zwischen den A-Klassen (SQA), zwischen den B-Klassen (SQB) und dem Rest (SQR) gebildet werden. Für die Summen der Abweichungsquadrate erhält man:²⁾

$$SQA = \frac{S_3^2 + S_4^2}{2} - \frac{(S_3 + S_4)^2}{4} ,$$

$$SQB = \frac{S_1^2 + S_2^2}{2} - \frac{(S_1 + S_2)^2}{4} ,$$

$$SQR = SQT - SQA - SQB ,$$

$$SQT = \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \hat{P}_{Ot}^{(mn)2} - \frac{(S_1 + S_2)^2}{4} .$$

S_1, S_2, S_3 und S_4 stellen die in Tabelle 9-3 angeführten Spalten- oder Zeilensummen dar.

1) Einen guten Überblick über die Theorie der Varianzanalyse gibt E. KREYSZIG: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. 2. durchgesehene Auflage. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1967. S. 238-256.

2) Vgl. E. WEBER: Grundriß der biologischen Statistik - Anwendung der mathematischen Statistik in Naturwissenschaft und Technik. 6., neubearbeitete Auflage. Stuttgart: Gustav Fischer Verlag, 1967. S. 282.

Da die Zahl der Freiheitsgrade jeweils 1 beträgt, ergeben sich die entsprechenden mittleren Quadrate (MQ):

$$MQA = SQA, MQB = SQB \text{ und } MQR = SQR.$$

Die Erwartungswerte der mittleren Quadrate sind:

$$E(MQA) = \sigma^2 + 2\sigma_A^2,$$

$$E(MQB) = \sigma^2 + 2\sigma_B^2,$$

$$E(MQR) = \sigma^2.$$

Schätzwerte für die Varianzkomponenten erhält man, wenn man die mittleren Quadrate und ihre Erwartungswerte nach den interessierenden Komponenten auflöst. Nach einigen einfachen Substitutionen und Umformungen ergibt sich:

$$\hat{\sigma}_A^2 = \frac{MQA - MQR}{2}, \quad (9.6)$$

$$\hat{\sigma}_B^2 = \frac{MQB - MQR}{2}, \quad (9.7)$$

$$\hat{\sigma}^2 = MQR. \quad (9.8)$$

Diese Schätzwerte können in Formel (9.5) für die Varianzkomponenten σ_A^2 , σ_B^2 und σ^2 eingesetzt werden.

Das erweiterte Replication-Modell kommt für alle Hauptgruppen des Consumer Price Index in sieben Städten der Gruppe B und in vier Städten der Gruppe C zur Anwendung; in weiteren drei Städten der Gruppe B wird das Modell nur noch für die Hauptgruppe Nahrungsmittel ohne Gaststättenverzehr verwendet.¹⁾

1) Vgl. M. WILKERSON: Sampling error in the Consumer Price Index, a.a.O., 904.

d) Erweitertes Replication-Modell für die Städte über
1,4 Mill. Einwohner

In diesem Modell erfolgt die Preiserhebung für beide Unterstichproben 1 und 2 der Konsumgüter in beiden Unterstichproben 1* und 2* der Preisberichtsstellen. Man kann ebenso wie unter c) vier Schätzwerte berechnen (vgl. Tabelle 9-4).

Aus diesen vier Schätzwerten kann man nicht nur die Varianz $\hat{\sigma}_1^2$ der 1-ten Schicht abschätzen, sondern auch die diese Varianz bildenden Varianzkomponenten. Die Varianzkomponenten

Tabelle 9-4: Veranschaulichung des unter d) besprochenen erweiterten Replication-Modells.

Nr. der Unterstichprobe der Konsumgüter	Nr. der Unterstichprobe der Preisberichtsstellen	
	1*	2*
1	$\hat{p}_{ot}^{(11*)}$	$\hat{p}_{ot}^{(12*)}$
2	$\hat{p}_{ot}^{(21*)}$	$\hat{p}_{ot}^{(22*)}$

sind im einzelnen σ_A^2 , die Varianz, die sich bei der Auswahl der Konsumgüter ergibt, σ_C^2 , die Varianz, die bei der Auswahl der Preisberichtsstellen entsteht und σ^2 , die Varianz der zufälligen Einflüsse. Die Stichprobenvarianz der 1-ten Schicht läßt sich analog zu Formel (9.4) durch diese drei Varianzkomponenten wie folgt darstellen:

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{\hat{\sigma}_A^2}{2} + \frac{\hat{\sigma}_C^2}{2} + \frac{\hat{\sigma}^2}{4} . \quad (9.9)$$

Die Berechnung der Varianzkomponenten erfolgt nach dem gleichen Schema wie unter c).

Das vorliegende erweiterte Replication-Modell wird für alle Hauptgruppen des Consumer Price Index in drei Städten der Gruppe A und für die Hauptgruppe Nahrungsmittel ohne Gaststättenverzehr in den restlichen Städten dieser Gruppe angewandt.¹⁾

Die Gesamtvarianz $V(\hat{P}_{0t})$ des Consumer Price Index kann, nachdem man für alle 50 Städte nach einer der beschriebenen Methoden die Schichtvarianzen $\hat{g}_1^2$ berechnet hat, nach folgender Formel ermittelt werden:

$$V(\hat{P}_{0t}) = \sum_{l=1}^{50} \hat{g}_1^2 g_1^2. \quad (9.10)$$

Die Gewichte g_1 in Formel (9.10) sind identisch mit den Gewichten, die bei der Berechnung des Consumer Price Index aus den 50 Stadtindizes benutzt werden.²⁾

9.4 Der Standardfehler des Consumer Price Index

Durch die Anwendung des Replicated Sampling bei der Berechnung des Consumer Price Index ist das U.S. BUREAU of LABOR STATISTICS in der Lage, den Gesamtstichprobenfehler des Index zu ermitteln. Seit Januar 1967 veröffentlicht es laufend die

1) Vgl. M. WILKERSON: Sampling error in the Consumer Price Index, a.a.O., 905.

2) Vgl. hierzu Abschnitt 9.2 "Die Berechnung des Consumer Price Index".

Tabelle 9-5: Absolute Veränderungen (in %) und Standardfehler des Consumer Price Index zu verschiedenen Zeitpunkten.¹⁾

Dezember 1963 = 100

Berichtsmonat 1965	Veränderung zum Basismonat		Monatliche Veränderung		Vierteljährliche Veränderung		Jährliche Veränderung	
	Veränderung in %	Standardfehler	Veränderung in %	Standardfehler	Veränderung in %	Standardfehler	Veränderung in %	Standardfehler
Januar	1,16	0,067	0,04	0,029	0,31	0,049	•	•
Februar	1,19	0,074	0,03	0,040	0,19	0,053	•	•
März	1,30	0,074	0,10	0,034	0,17	0,061	1,20	0,060
April	1,56	0,082	0,26	0,036	0,40	0,064	1,39	0,069
Mai	1,82	0,081	0,25	0,044	0,62	0,054	1,65	0,063
Juni	2,31	0,081	0,49	0,029	1,00	0,062	1,95	0,062
Juli	2,39	0,086	0,07	0,035	0,81	0,060	1,75	0,064
August	2,20	0,087	-0,18	0,036	0,38	0,052	1,60	0,068
September	2,38	0,079	0,18	0,040	0,07	0,049	1,64	0,066
Oktober	2,62	0,080	0,23	0,038	0,23	0,054	1,76	0,066
November	2,82	0,082	0,20	0,027	0,61	0,044	1,81	0,061
Dezember	3,14	0,086	0,31	0,021	0,73	0,044	1,99	0,060

1) Quelle: M. WILKERSON: Sampling error in the Consumer Price Index, a.a.O., 908.

Standardfehler für die monatlichen, vierteljährlichen und jährlichen absoluten Veränderungen des Consumer Price Index und für einzelne Subindizes.¹⁾ Um eine Vorstellung von der Größenordnung dieses Fehlers zu gewinnen, sind in Tabelle 9-5 für die zwölf Monate des Jahres 1965 diese absoluten Veränderungen (in %) mit den zugehörigen Standardfehlern zusammengestellt. Zum Vergleich sind auch noch die Veränderungen zum Basismonat Dezember 1963 mit den jeweiligen Standardfehlern angegeben.

Die berechneten Werte für den Standardfehler bestätigen die in Abschnitt 4.6 bereits getroffene Feststellung, daß der

1) Vgl. M. WILKERSON: Sampling error in the Consumer Price Index, a.a.O., 899.

Stichprobenfehler nur dann von Bedeutung ist, wenn durch den Index kurzfristige Veränderungen des Preisniveaus der Konsumgüter gemessen werden. In jedem Fall sind jedoch bei der Interpretation der Ergebnisse die Grenzen einer solchen Fehlerberechnung zu beachten. So darf nicht übersehen werden, daß die durch das Replication-Modell ermittelten Standardfehler nur Schätzungen für den Gesamtstichprobenfehler sind. Die Genauigkeit dieser Schätzwerte hängt neben anderen Faktoren¹⁾ entscheidend von der Anzahl der gezogenen Unterstichproben ab. Dazu schreibt WILKERSON:²⁾

"Zwar wäre es wünschenswert gewesen, die Anzahl der Unterstichproben zur Auswahl der Konsumgüter und der Preisberichtsstellen zu erhöhen, um verbesserte Schätzungen für den Stichprobenfehler zu bekommen, doch erschienen mehr als zwei Parallelversuche bei der Berechnung des Consumer Price Index nicht durchführbar."

1) Eine ausführliche Beurteilung der berechneten Standardfehler des Consumer Price Index findet man bei M. WILKERSON: Measurement of sampling error ..., a.a.O., 224.

2) M. WILKERSON: Sampling error in the Consumer Price Index, a.a.O., 900. (Übersetzung.)

10. Kapitel

ZUSAMMENFASSUNG

In der Bundesrepublik Deutschland ist dem Stichprobenfehler des Preisindex für die Lebenshaltung bis heute nur geringe Beachtung geschenkt worden. Mit der vorgelegten Untersuchung sollte deshalb diese Fehlerart einer eingehenden Prüfung unterzogen werden.

Zunächst wurden ausführlich die einzelnen Fehlerkomponenten des Preisindex für die Lebenshaltung diskutiert, da die Bedeutung des Stichprobenfehlers nur so richtig eingeschätzt werden kann. Eine solche Fehleranalyse erschien auch deshalb notwendig, weil verschiedentlich die Ansicht vertreten wurde, daß der Stichprobenfehler von den übrigen Fehlern überdeckt würde und aus diesem Grunde auf seine Untersuchung verzichtet werden könne. Es konnte gezeigt werden, daß diese Meinung nur teilweise richtig ist: Soweit man mit dem Preisindex für die Lebenshaltung das Ziel verfolgt, die Höhe des Konsumgüterpreisniveaus für eine bestimmte Berichtszeit zu messen, ist der Stichprobenfehler neben dem Fehler, der sich auf Qualitätsveränderungen zurückführen läßt, nur von untergeordneter Bedeutung. Beabsichtigt man jedoch, die Veränderungsrate des Konsumgüterpreisniveaus von einer Berichtsperiode zur nächsten Berichtsperiode zu messen, so hängt die Genauigkeit der Schätzung im wesentlichen vom Stichprobenfehler ab.

Der Preisindex für die Lebenshaltung setzt sich aus dem Wägungsschema und den Preismeßzahlen zusammen. Da die Daten für beide Komponenten nur auf Stichprobenbasis ermittelt werden können, sind beide Bestandteile des Index mit Zufallsfehlern behaftet. Allerdings konnte nachgewiesen werden, daß das Wägungsschema nur relativ kleine Zufallsfehler aufweist. Da dadurch die Genauigkeit des Index nur unwesentlich beeinträchtigt wird, erschien es zulässig, auf die weitere Betrachtung dieser Fehlerquelle zu verzichten.

Im weiteren Verlauf der Untersuchung wurde deshalb angenommen, daß der Gesamtstichprobenfehler des Preisindex für die Lebenshaltung aus den Zufallsfehlern besteht, die sich bei der Auswahl der Konsumgüter und der Preisberichtsstellen ergeben. Da empirische Untersuchungen weiterhin gezeigt haben, daß die erstgenannte Fehlerart dominiert, wurde dem durch die Auswahl der Konsumgüter verursachten Stichprobenfehler besonderes Interesse geschenkt. Es wurden vier verschiedene Stichprobenpläne für die Konsumgüterauswahl besprochen. Besonderer Wert wurde darauf gelegt, die vier abgeleiteten Schätzverfahren vergleichend gegenüberzustellen und sie kritisch auf ihre praktische Verwendbarkeit zu überprüfen. Diese theoretische Erörterung ergab, daß Schätzverfahren IV sich für eine praktische Anwendung in der amtlichen Preisstatistik am besten eignet.

Wie die Untersuchung zeigte, ist die Durchführung eines Zufallsstichprobenverfahrens und die entsprechende Fehlerabschätzung dann relativ einfach möglich, wenn man nur eine der vorher genannten zwei Auswahlmethoden für sich allein be-

trachtet. Schon diese isolierten Fehlerschätzungen sind wertvoll, denn sie lassen erkennen, auf welchen Gebieten dem Stichprobenfehler besondere Aufmerksamkeit zu widmen ist. Nicht möglich ist es allerdings, von ihnen ausgehend den Gesamtstichprobenfehler des Preisindex zu berechnen. Deshalb wurde abschließend der von dem U.S. BUREAU of LABOR STATISTICS konzipierte Stichprobenplan für den Consumer Price Index besprochen, auf dessen Grundlage die Berechnung eines Gesamtstichprobenfehlers möglich ist. Im einzelnen wurden zwei verschiedene Ansätze dargestellt und zwar das Minimum-Replication-Modell und das erweiterte Replication-Modell. Während das erste Modell nur einen Schätzwert für den Gesamtstichprobenfehler liefert, erhält man durch das zweite Modell Schätzwerte für die einzelnen Teilfehler.

LITERATURHINWEISE

1. Bücher:

- ANDERSON, O.: Probleme der statistischen Methodenlehre in den Sozialwissenschaften. 5., unveränderte Auflage. Würzburg: Physica-Verlag, 1965. VIII, 358 S.
- BLEYMÜLLER, J.: Theorie und Technik der Aktienkursindizes. Wiesbaden: Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler, 1966. 154 S.
- COCHRAN, W.G.: Sampling Techniques. New York/London/Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1966. XVII, 413 S.
- DEMING, W.E.: Sample Design in Business Research. New York/London: John Wiley & Sons, Inc., 1960. XX, 517 S.
- DENEFFE, P.: Zum Preisbegriff und zur Methodik der Preisstatistik. In A. Blind: Umriss einer Wirtschaftsstatistik. Hamburg: Verlag von Felix Meiner, 1966. 364 S.
- FISHER, I.: The Making of Index Numbers. Third Edition, Revised. Boston/New York: Houghton Mifflin Company, 1927. XXXIII, 538 S.
- FISZ, M.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. Dritte, durchgesehene Auflage. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1965. X, 551 S.
- HABERLER, G.: Der Sinn der Indexzahlen. Tübingen: Verlag von J.C.B. Mohr, 1927. IX, 134 S.
- HALLER, H.: Das Problem der Geldwertstabilität. Stuttgart/Berlin/Köln/Mainz: W. Kohlhammer Verlag, 1966. 170 S.
- HANSEN, M.H./W.N. HURWITZ/W.G. MADOW: Sample Survey Methods and Theory. Volume I. New York/London/Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1965. XXII, 638 S.
- HANSEN, M.H./W.N. HURWITZ/W.G. MADOW: Sample Survey Methods and Theory. Volume II. New York/London: John Wiley & Sons, Inc., 1964. XIII, 332 S.
- HOFSTEN, E.v.: Price Indexes and Quality Changes. Stockholm: Bokförlaget Forum AB, 1952. 136 S.
- KELLERER, H.: Theorie und Technik des Stichprobenverfahrens (Einzelschrift der Deutschen Statistischen Gesellschaft, Heft Nr. 5). 3. Auflage. München: 1963. 217 S.
- KISH, L.: Survey Sampling. New York/London/Sydney: John Wiley & Sons, Inc., 1965. XVI, 643 S.
- KREYSZIG, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. 2. durchgesehene Auflage. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1967. 422 S.

- McCARTHY, P.J.: Sampling Considerations in the Construction of Price Indexes with Particular Reference to the United States Consumer Price Index. United States: Government Price Statistics - Hearings before the Subcommittee on Economic Statistics of Joint Economic Committee, Congress of the United States, 87th Congress, First Session, Part 1, Staff Paper 4. Washington (D.C.): Government Printing Office, 1961. XXII, 932 S.
- MORGENSTERN, O.: Über die Genauigkeit wirtschaftlicher Beobachtungen. Wien/Würzburg: Physica-Verlag, 1965. 320 S.
- MUDGETT, B.D.: Index Numbers. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1951. X, 135 S.
- NEUBAUER, O.: Über die Konstruktion, den Sinn und die Zwecke von Preisindexzahlen. In A. Blind: Umriss einer Wirtschaftsstatistik. Hamburg: Verlag von Felix Meiner, 1966. 364 S.
- PFANZAGL, J.: Allgemeine Methodenlehre der Statistik. Band I. 3. neubearbeitete Auflage. Berlin: Walter de Gruyter & Co., 1966. 251 S.
- PREISER, E.: Bildung und Verteilung des Volkseinkommens. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 1957. 351 S.
- SOBOTSCHINSKI, A.: Die Statistik des Verbrauchs der privaten Haushalte. In A. Blind: Umriss einer Wirtschaftsstatistik. Hamburg: Verlag von Felix Meiner, 1966. 364 S.
- Statistisches Amt der Europäischen Gemeinschaften: Wirtschaftsrechnungen 1962/63 Deutschland (Br) (Sozialstatistik, Sonderreihe Nr. 5). 235 S. Textteil, 430 S. Tabellenteil.
- Statistisches Bundesamt: Stichproben in der amtlichen Statistik. Wiesbaden: W. Kohlhammer GmbH, 1960. 626 S.
- ULMER, M.J.: The Economic Theory of Cost of Living Index Numbers. New York: Columbia University Press, 1950. 106 S.
- United States: Government Price Statistics - Hearings before the Subcommittee on Economic Statistics of Joint Economic Committee, Congress of the United States, 87th Congress, First Session, Part 1 and 2. Washington (D.C.): Government Printing Office, 1961. XXII, 932 S.
- WEBER, E.: Grundriß der biologischen Statistik - Anwendung der mathematischen Statistik in Naturwissenschaft und Technik. 6., neubearbeitete Auflage. Stuttgart: Gustav Fischer Verlag, 1967. 674 S.
- YAMANE, T.: Elementary Sampling Theory. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1967. X, 405 S.
- YULE, G.U./M.G. KENDALL: An Introduction to the Theory of Statistics. 14th Edition, 4th Impression. London: Charles Griffin & Company, Ltd., 1965. XXIV, 701 S.

2. Aufsätze und Artikel:

- ADELMAN, I.: A new approach to the construction of index numbers. The Review of Economics and Statistics, 40 (1958), 240-249.
- ADELMAN, I.: A reply to K.S. BANERJEE. (Note on a comment on the sampling aspects in the construction of index numbers.) The Review of Economics and Statistics, 42 (1960), 218-219.
- ALLEN, R.G.D.: Price index numbers. Revue de l'Institut International de Statistique, 31 (1963), 281-297.
- BANERJEE, K.S.: A note on the optimal allocation of consumption items in the construction of a cost of living index. Econometrica, 24 (1956), 294-295.
- BANERJEE, K.S.: A comment on the construction of price index numbers. Applied Statistics, 5 (1956), 207-210.
- BANERJEE, K.S.: A note in the treatment of composite items in the construction of cost of living index numbers. Calcutta Statistical Association Bulletin, 7 (1956), 35-40.
- BANERJEE, K.S.: Probability selection of the constituent items of a composite item in the construction of cost of living index numbers. Calcutta Statistical Association Bulletin, 8 (1958), 106-109.
- BANERJEE, K.S.: Precision in the construction of cost of living index numbers. Sankhya, 21 (1959), 393-400.
- BANERJEE, K.S.: Calculation of sampling errors for index numbers. Sankhya, 22 (1960), 119-130.
- BANERJEE, K.S.: A comment on the sampling aspects in the construction of index numbers. The Review of Economics and Statistics, 42 (1960), 217-218.
- BASU, A.: Consumer price index numbers - sampling problems in prices. Indian Labour Journal, 1960, 582-588.
- BASU, A.: Consumer price index numbers - some estimation problems in prices. Indian Labour Journal, 1960, 926-935.
- BASU, A.: Consumer price index numbers - techniques of collection and utilisation of prices. Indian Labour Journal, 1961, 173-188.
- BASU, A.: Consumer price index numbers - weighting problems. Indian Labour Journal, 1961, 474-488.
- DENEFFE, P.J.: Lebenshaltungspreisindex. Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Band 6. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 1959. S. 540-544.

- DENEFFE, P.J.: Preisstatistik. Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Band 8. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht, 1964. S. 511-516.
- DENEFFE, P.J./J. HILLER: Zum Preisindex für die Lebenshaltung. Wirtschaft und Statistik, 10 N. F. (1958), 539-545.
- EULER, M.: Einkaufsquellen privater Haushalte für ausgewählte Warengruppen. Wirtschaft und Statistik, 1966, 242-246.
- FÜRST, G.: Zur Aussagekraft von Preisindexziffern der Lebenshaltung. Wirtschaft und Statistik, 12 N. F. (1960), 5-8.
- GOODMANN, R./L. KISH: Controlled selection - a technique in probability sampling. Journal of the American Statistical Association, 45 (1950), 350-372.
- GROSSERT, K.: Einige Ergebnisse der Anwendung mathematisch statistischer Verfahren in den Wirtschaftsrechnungen. Statistische Praxis, 19 (1964), 103-106.
- GUCKES, S.: Der neue Preisindex für die Lebenshaltung - Umstellung auf Verhältnissverhältnisse von 1962 und die neue Gütersystematik. Wirtschaft und Statistik, 1964, 435-443.
- HESKE, G./B. NIERADT: Westdeutscher Preisindex für die Lebenshaltung nach dritter Berechnungsumstellung aussagekräftiger? Statistische Praxis, 20 (1965), 180-182.
- HOFSTEN, E.v.: Price indexes and sampling. Sankhya, 21 (1959), 401-403.
- HORSTMANN, K.: Die Einkommens- und Verbrauchsstichprobe 1962. Wirtschaft und Statistik, 1961, 563-567.
- HURWITZ, A.: Constants and compromises in the Consumer Price Index. Journal of the American Statistical Association, 57 (1962), 813-825.
- JÄGER, J.: Die Durchführung einer zweistufig geschichteten Zufallsauswahl. Statistische Praxis, 20 (1965), 301-304.
- JAFFE, S.A.: The Consumer Price Index - technical questions and practical answers. 1959 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association. Washington (D.C.): American Statistical Association. S. 191-197.
- KELLER, J.: Zur Praxis des zeitlichen Vergleichs bei der Ermittlung von Preisreihen. Wirtschaft und Statistik, 1961, 622-624.
- KEMSLEY, W.F.F.: Sampling errors in the family expenditure survey. Applied Statistics, 1966, 1-14.
- KISH, L.: Standard errors for indexes from complex samples. Journal of the American Statistical Association, 63 (1968), 512-529.

- McCARTHY, P.J.: Some observations on sampling in the construction of price indexes. 1961 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association. Washington (D.C.): American Statistical Association. S. 264-270.
- REDDIES, H.: Das Verfahren der laufenden Wirtschaftsrechnungen von 1950-1964 und ab 1965. Wirtschaft und Statistik, 1965, 496-500.
- ROSTIN, W.: Preisindex für die Lebenshaltung aller privaten Haushalte. Wirtschaft und Statistik, 1969, 137-142.
- SAWHILL, J.C.: A sample design for the Consumer Price Index. 1963 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association. Washington (D.C.): American Statistical Association. S. 9-20.
- ULMER, M.J.: On the economic theory of cost of living index numbers. Journal of the American Statistical Association, 41 (1946), 530-542.
- WILKERSON, M.: Measurement of sampling error in the Consumer Price Index. 1964 Proceedings of the Business and Economic Statistics Section of the American Statistical Association. Washington (D.C.): American Statistical Association. S. 220-230.
- WILKERSON, M.: The revised city sample for the Consumer Price Index. Monthly Labor Review, 1960, 1078-1083.
- WILKERSON, M.: Sampling error in the Consumer Price Index. Journal of the American Statistical Association, 62 (1967), 899-914.

3. Sonstiges:

- Preisindex für die Lebenshaltung. Wirtschaft und Statistik, 1969, 54*.
- Statistisches Bundesamt: Statistisches Jahrbuch für die Bundesrepublik Deutschland. Stuttgart/Mainz: W. Kohlhammer GmbH, 1968.
- Statistisches Bundesamt: Arbeitsanweisung für die Aufbereitung der laufenden Erhebungen von Wirtschaftsrechnungen. Wiesbaden: 1965. 22 S.
- Wägungsschema 1962 - Preisindex für die Lebenshaltung von 4-Personen-Arbeitnehmer-Haushalten mit mittlerem Einkommen des alleinverdienenden Haushaltsvorstandes (neue Systematik) - Bundesgebiet einschließlich Berlin (West). Wirtschaft und Statistik, 1964, 506*-508*.

L E B E N S L A U F

Am 9. September 1942 wurde ich als erstes Kind des selbständigen Kaufmanns Hellmut BÖHM und seiner Ehefrau Erika, geb. MIGULA in Wien/Österreich geboren. Ich besitzte die deutsche Staatsangehörigkeit.

Von September 1948 bis Dezember 1949 besuchte ich in Wien, dann in München bis Juli 1952 die Volksschule. Anschließend war ich in München Schüler der RUPPRECHT-Oberrealschule, an der ich im Juli 1961 die Reifeprüfung ablegte. Im Wintersemester 1961/62 nahm ich mein volkswirtschaftliches Studium an der Universität München auf. An der gleichen Universität unterzog ich mich am 30. Juli 1966 der Prüfung als Diplom-Volkswirt. Seit dem 15. Juli 1966 bin ich als Verwalter der Stelle eines Wissenschaftlichen Assistenten am Institut für Ökonometrie und Wirtschaftsstatistik der Universität Münster tätig.

